

Treball de Fi de Grau

Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials

Disseny i càlcul d'un motorreductor i aplicació industrial



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria
Industrial de Barcelona



Nom: Xavier Ruiz Calonge

Tutor: Victor Pablo Albert Barbera

Barcelona, setembre de 2019

Resum

El següent treball de fi de grau tracta del càlcul i el disseny d'un motorreductor i la seva aplicació industrial en un elevador de càrrega.

L'objectiu principal en el transcurs d'aquest treball és realitzar els càlculs necessaris per fer la selecció del motor que es farà servir i el disseny del reductor de velocitat que s'acoblarà posteriorment al motor per al muntatge d'un elevador de càrrega.

En un primer punt es detallaran les necessitats i condicions requerides per al càlcul i al disseny del motorreductor. Seguidament es realitzarà la selecció del motor òptim a partir d'un conjunt de motors preseleccionats com a possibles opcions. De la mateixa manera es realitzarà la selecció del reductor d'un seguit de solucions alternatives. Un cop seleccionat motor i reductor es faran els càlculs necessaris per seleccionar quin motor escollir a partir de la potència i el parell motor desitjat necessari per un elevador de càrrega i com serà el reductor dissenyat, és a dir, relació de transmissió, nombre d'etapes, nombre de dents de pinyó i roda...

Un cop finalitzat el treball s'han pogut extreure diverses conclusions. S'ha pogut proposar una configuració de motor i engranatges (reductor) que compleix les sol·licitacions desitjades. Aquest treball esdevé un pas intermedi per a la fabricació del motorreductor definit durant el projecte.

Aquest treball també pot tenir la finalitat de ser un fitxer complementari per tal de desenvolupar transmissions, ja que presenta el càlcul d'engranatges de manera resumida.

Índex

Glossari	4
Memòria	6
Annex de càlculs	34

Glossari

CC	corrent continu
CA	corrent altern
P	potència
n_{sacs}	nombre de sacs de ciment per palet
m_{sac}	massa d'un sac de ciment
m_{cabina}	massa de la cabina de l'elevador de càrrega en buit
g	gravetat de la Terra
η_{reductor}	rendiment del tren d'engranatges cilíndrics de dents rectes del reductor de velocitat
$\eta_{\text{pèrdues}}$	eficiència mecànica del sistema (pèrdues mecàniques per fricció)
i	relació de transmissió
e	relació de transmissió desitjada
e_{lim}	relació de transmissió límit
ω	velocitat de gir
T	parell torsor
G	mòdul de rigidesa torsional
S_{FL}	límit de fallada a flexió
S_{HL}	límit de fallada superficial
S_{U}	límit de resistència a ruptura
S_{Y}	límit de resistència a fluència
b_{H}	amplada mínima mitjançant fallada per flexió
b_{F}	amplada mínima mitjançant fallada superficial
X	coeficient de seguretat pel càlcul de l'amplada dels engranatges
X_{F}	coeficient de seguretat pel càlcul de l'amplada dels engranatges mitjançant fallada per flexió
X_{H}	coeficient de seguretat pel càlcul de l'amplada dels engranatges mitjançant fallada superficial
S_{FP}	tensió màxima admesa pel material
σ_{F}	tensió normal màxima degut a la flexió en l'engranatge
α	angle de pressió
u	velocitat tangencial de la dent

B	constant en funció a la qualitat ISO de l'engranatge
v_{40}	velocitat cinemàtica
E	mòdul de Young
ν	coeficient Poisson

Memòria



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH

**Escola Tècnica Superior d'Enginyeria
Industrial de Barcelona**



Índex Memòria

1. Pròleg	9
1.1. Origen i motivació	9
1.2. Requeriments previs	9
2. Introducció	10
2.1. Objectius del projecte	10
2.2. Abast del projecte	10
3. Necessitats i condicions	11
3.1. Necessitats de potència	11
3.2. Necessitats de parell	11
3.3. Necessitats de velocitat	11
3.4. Necessitats de càrrega	11
3.5. Condicions de mida	11
3.6. Condicions ambientals	11
4. Solucions alternatives del motor.....	12
4.1. Motor elèctric d'imants permanents	12
4.1.1. Motor brushless	12
4.1.2. Motor pas a pas.....	13
4.2. Motor elèctric CA síncron trifàsic.....	13
4.3. Motor elèctric CA asíncron trifàsic.....	14
4.4. Servomotor.....	14
5. Alternativa motor seleccionada	15
6. Solucions alternatives del reductor.....	17
6.1. Transmissió per mitjà d'engranatges per contacte directe	17
6.1.1. Engranatges cilíndrics.....	17
6.1.2. Engranatges cònics.....	18
6.1.3. Caragol sense fi	19
6.2. Transmissió per arrossegament	19
6.2.1. Corretges	20
6.2.2. Rodes de fricció	20
6.3. Transmissió per contacte flexible.....	21
6.3.1. Cadenes	21
6.3.2. Corretges dentades	22
7. Alternativa reductor seleccionada	23
8. Descripció del reductor	23

8.1. Relació de transmissió.....	24
8.2. Dimensionament previ.....	24
8.3. Disposició dels eixos.....	24
8.4. Material	25
8.5. Etapes.....	26
8.5.1. Primera etapa.....	26
8.5.2. Segona etapa.....	26
9. Normativa.....	27
9.1. Normativa motor.....	27
9.2. Normativa reductor.....	28
10. Pressupost	28
11. Estudi mediambiental	29
12. Conclusions.....	30
13. Bibliografia	32
13.1. Llibres	32
13.2. Pàgines web	32

1. Pròleg

1.1. Origen i motivació

El principal motiu que va portar a realitzar aquest projecte va ser el desig de voler aprofundir en l'àmbit de la mecànica per conèixer amb major èmfasi aquesta branca de l'enginyeria i d'aquesta manera poder tenir una idea més clara de quin màster realitzar un cop finalitzats els meus estudis en el Grau d'Enginyeria en Tecnologies Industrials a l'ETSEIB.

Aleshores, a l'hora d'escollir un tema per la realització d'aquest projecte es volia per una banda intentar aplicar els coneixements obtinguts durant el grau en assignatures com Mecànica o Resistència de Materials i d'altra banda introduir en noves assignatures i coneixements encara no cursades com per exemple Tecnologia de Màquines, assignatura del Màster Universitari en Enginyeria Industrial.

1.2. Requeriments previs

Per aquest treball s'han de tenir clar els conceptes d'assignatures realitzades durant el grau entre les quals destaquen Mecànica, Resistència de Materials i Màquines Elèctriques. També cal tenir un coneixement bàsic de càlcul i disseny d'engranatges, dels tipus de motor i el funcionament que tenen.

Com a eines de suport no cal tenir molta experiència, ja que únicament s'ha utilitzat una calculadora programable HP 50g i el programa Excel per optimitzar alguns càlculs realitzats durant el transcurs del treball.

2. Introducció

Un motorreductor és un sistema d'acoblament entre un motor i un reductor de velocitat. El motor transmet la potència necessària per realitzar l'operació desitjada i el reductor de velocitat és un sistema format normalment per engranatges que permet que el motor funcioni a diferents velocitats en funció de les necessitats requerides durant l'operació.

La part més important del motorreductor és el reductor de velocitat, ja que permet adaptar la potència mecànica i la velocitat atorgada pel motor.

2.1. Objectius del projecte

L'objectiu principal d'aquest projecte és realitzar els càlculs necessaris per fer la selecció del motor que es farà servir i el disseny del reductor de velocitat que s'acoblarà posteriorment al motor per fer-se servir en un elevador de càrrega. Aquests càlculs engloben tot el procés d'estudi i anàlisi del disseny d'engranatges per realitzar el reductor de velocitat.

Com a objectius secundaris destaquen poder aprofundir en el sector de la mecànica dins l'enginyeria, i dins d'aquest sector conèixer amb major detall el món dels motors i les transmissions. També té com a objectiu personal sé una eina per ajudar a decidir quin camí seguir en un futur dins el món de l'enginyeria

2.2. Abast del projecte

Aquest projecte només abastarà les fases de recerca, càlcul, disseny conceptual i anàlisi del motorreductor. Aquest treball no abastarà el disseny de plànols detallats per a la fabricació del producte dissenyat.

3. Necessitats i condicions

Les principals necessitats que s'han tingut en compte per al disseny del reductor de velocitat són necessitats de potència, de parell, de velocitat i de càrrega. Pel que fa a les condicions s'ha tingut en consideració les condicions de mida i les condicions ambientals.

3.1. Necessitats de potència

La potència nominal que ha de transmetre el motor elèctric per al correcte funcionament de l'elevador de càrrega és de 18,5 kW.

3.2. Necessitats de parell

Com ja s'ha esmentat amb anterioritat, la finalitat principal del reductor és regular la velocitat de sortida per entregar el parell desitjat a la màquina i d'aquesta manera poder dur a terme un bon funcionament d'aquesta. En aquesta situació, es busca poder treballar amb un parell motor nominal de 121 Nm.

3.3. Necessitats de velocitat

La velocitat de gir de qualsevol motor elèctric és excessiva per aplicar-la directament a un elevador de càrrega, ja que la velocitat d'aquesta aplicació industrial ha de ser reduïda per garantir la seguretat tant del material a transportar com la dels mateixos treballadors. A més, també cal disminuir la velocitat per poder augmentar el parell de sortida, tal com s'ha comentat en l'apartat anterior.

3.4. Necessitats de càrrega

L'aplicació industrial per la qual s'ha dissenyat aquest motorreductor és un elevador de càrrega que té com a finalitat el desplaçament de palets carregats amb 50 sacs de ciment de 25 kg cada sac. Cal tenir en consideració el pes propi de la cabina, el qual és de 600 kg. Així doncs, la càrrega màxima a desplaçar en el moment d'ascensió de l'elevador és de 1850 kg, mentre que la càrrega mínima (només la cabina) és de 600kg.

3.5. Condicions de mida

Tot i que la mida del motorreductor no constitueix una condició determinant ni crítica, es buscarà l'optimització de la mida i l'espai que ocupi aquest. Amb aquesta condició el que es garanteix és reduir els costos dels materials per a la fabricació i els costos de manteniment del producte. A més, pel fet que es tracta d'un mecanisme que va connectat a altres elements de maquinària, com més reduït i compacte sigui, millors avantatges s'oferiran al consumidor.

3.6. Condicions ambientals

El reductor de velocitat a dissenyar s'instal·larà en l'interior d'una nau industrial on la temperatura mitjana és de 25°C amb una oscil·lació de $\pm 5^\circ\text{C}$, amb una humitat relativa entre el 45-60%. Per tant, les condicions ambientals no afectaran el millor o pitjor funcionament del reductor de velocitat a condició que aquestes fluctuïn entre els rangs esmentats.

4. Solucions alternatives del motor

Per transmetre la potència desitjada es poden utilitzar diferents tipus de motor. Existeix una gran variació de motors elèctrics en funció de la velocitat de gir, del tipus de rotor i del nombre de fases de l'alimentació. A continuació es presentaran les possibles opcions que s'han estudiat i considerat com a alternatives a causa de les prestacions que ofereixen.

4.1. Motor elèctric d'imants permanents

El motor elèctric d'imants permanents es basa principalment en un disseny simplificat on s'utilitzen imants permanents per crear un flux constant en l'entreferro, evitant l'ús del rotor bobinat i d'escombretes utilitzades normalment per excitar el motor. Això s'obté mitjançant la combinació de camps magnètics de naturalesa permanent generats pels imants i camps magnètics induïts produïts pel corrent d'excitació extern que passa pels debanaments de l'estator. Aquests imants, normalment de ferrita, s'adhereixen al rotor i permeten oferir un 25% més de prestacions que els motors d'inducció convencionals.

Els principals avantatges que presenten aquests motors són:

- Eficiències altes en càrregues de motor baixes.
- Regulació de la velocitat precisa.
- Parell elevat a baixes velocitats.
- Poca problemàtica de manteniment.
- Temperatura de treball reduïda.

Els seus principals desavantatges són:

- Tendència a acumular magnetisme.
- Manca de control del camp.
- Les sobrecàrregues poden causar desmagnetització.

Dins dels motors elèctrics d'imants permanents destaquen els següents tipus:

4.1.1. Motor brushless

Els motors brushless es caracteritzen per no tenir escombretes, el qual genera una gran quantitat d'avantatges a causa de la manca de fregament, ja que al no haver-hi fricció el consum es redueix de forma notable. Entre els principals avantatges destaquen les següents:

- Relació velocitat/parell motor òptima.
- Gran eficiència.
- Baixa inèrcia.
- Poc soroll.
- Vida útil elevada.

No obstant presenten dos inconvenients importants:

- Cost elevat.
- Requereixen un control bastant més complex

4.1.2. Motor pas a pas

El motor pas a pas està constituït normalment per un rotor sobre el qual van aplicats diferents imants permanents i per un conjunt de bobines excitadores que formen el debanament de l'estator.

Els principals avantatges que presenta són:

- Motor molt estable.
- Preu reduït (econòmic).
- Sobrecàrrega segura, és a dir, el motor no pot ser danyat per una sobrecàrrega mecànica.
- Vida útil elevada.
- Alta precisió en posició.

Els principals desavantatges són:

- Baixa eficiència.
- Dificultat en el control de la velocitat.
- Manca de precisió en arrancada i parada.
- Escalfament del motor en configuracions d'alt rendiment.
- Baixa potència en relació a la mida.
- Soroll elevat.

4.2. Motor elèctric CA síncron trifàsic

El motor síncron consisteix en un motor de velocitat constant on el rotor gira a les mateixes revolucions que el camp magnètic de l'estator, el que permet la transmissió d'un parell motor constant. Cal destacar que el motor síncron no presenta parell d'arrancada, per això s'alimenta el rotor amb CC i l'estator amb CA i la interacció entre els camps creat per ambdós corrents és el que permet el sincronisme.

Els seus principals avantatges són:

- Correcció del factor de potència que permet la reducció dels costos d'energia.
- Velocitat constant.
- Alt rendiment.
- Alta capacitat de parell.
- Motor estable.
- Possibilitat de connectar el motor directament a la xarxa sense necessitat de transformador.

Els principals desavantatges que presenta són les següents:

- No són 100% reversibles.
- És preferible fer l'arrancada en buit.
- Presenten una única velocitat, la de sincronisme.
- Dificultat en la posada a funcionament.
- Variabilitat de càrrega brusca reduïda, és a dir, tenen risc de perdre la seva velocitat de sincronisme si es varia la càrrega de forma brusca.

4.3. Motor elèctric CA asíncron trifàsic

En contraposició amb el motor síncron, en el motor asíncron el rotor mai arribarà a la mateixa freqüència que ho fa el camp magnètic de l'estator. D'aquesta manera, com més gran és el parell motor, més gran és aquesta diferència de freqüència.

Els seus principals avantatges són:

- Alta eficiència.
- Fabricació senzilla, en referència a la part mecànica.
- Alta capacitat de generar un parell motor constant.
- Arrancada directa al connectar-se a la xarxa.
- Cost reduït.
- Gran fiabilitat.
- Manca de vibracions.

Els principals desavantatges són:

- Baixa densitat de potència
- Possible risc de sobrecàrrega.
- Presenten una zona inestable de funcionament.
- Baix parell d'arrancada.
- Control de velocitat en rangs amplis és complex.

4.4. Servomotor

Un servomotor és un tipus especial de motor que permet controlar la posició de l'eix en una situació específica. És capaç de situar-se dins un rang de graus i posteriorment mantenir-se fix en la dita posició.

Els principals avantatges que presenta un servomotor són:

- Té sistema de retroalimentació que permet detectar un moviment no desitjat o garantir l'exactitud d'un moviment ordenat.
- Dimensions reduïdes amb elevada potència.
- Capacitat de suportar altes sobrecàrregues sense risc de desmagnetització dels imants.
- Alt parell en relació amb la mida.
- Poc consum d'energia.
- Alta precisió.

Els principals inconvenients a destacar són els següents:

- Cost molt elevat.
- Impossibilitat de canviar les característiques elèctriques del motor, per tant no es pot canviar la velocitat del motor.
- Limitació en el rang de graus d'actuació, normalment entre 0 i 180 graus.

5. Alternativa motor seleccionada

De tots els motors detallats amb anterioritat l'opció escollida finalment ha sigut el motor elèctric de corrent altern asíncron trifàsic. Aquest motor presenta les principals necessitats requerides que inicialment s'havien considerat com a fonamentals, les quals són:

- Alta eficiència.
- Gran fiabilitat.
- Velocitat variable.
- Cost reduït.

Tant el motor brushless com el servomotor presenten grans prestacions, en especial aquest darrer, no obstant s'ha decidit descartar-los per culpa del seu elevat cost. A més, en ser una aplicació de caràcter industrial no és necessari una precisió tan elevada. El motor pas a pas s'ha descartat pels nombrosos inconvenients que presenta, entre els quals destaca la baixa eficiència, la dificultat en el control de la velocitat i la manca de precisió en arrancada i parada. Per últim, tampoc s'ha decidit optar el motor CA síncron trifàsic, ja que només pot treballar a velocitat constant i a més presenta problemes si l'arrancada és en càrrega, com en el cas en el qual s'està treballant.

Un cop seleccionat el tipus de motor a fer servir s'ha realitzat un estudi de mercat per buscar una marca o empresa que presentés en el seu catàleg un motor amb les característiques desitjades a un preu competitiu. Després de fer aquest estudi, s'ha decidit comprar el motor a l'empresa italiana Bonfiglioli S.A., una de les empreses líders en el sector de motors i reductors en el sector industrial, eòlic i mòbil.



Fins fa poc, a Europa existia un sistema de classificació energètica dels motors de baixa tensió que es realitzava de manera voluntària respecte a les classes Eff1/Eff2/Eff3. Tot i això, hi havia països que utilitzaven els seus propis sistemes nacionals, a vegades molt diferents de l'europeu. Aquesta incertesa normativa va fer que els mateixos fabricants promoguessin una unificació internacional i la posterior emissió de la norma IEC (International Electrotechnical Commission). Aquesta norma es caracteritza per:

- Definir les noves classes d'eficiència:
 - IE1 (rendiment estàndard).
 - IE2 (rendiment alt).
 - IE3 (rendiment premium).
- Proporciona una referència comú internacional per a la classificació dels motors elèctrics així com per l'activitat legislativa nacional.
- Introdueix el nou mètode de mesura de rendiment segons la normativa IEC 60034-1-2:2007.

Bonfiglioli presenta una ampla gamma de motors asíncrons trifàsics dividida en tres sèries: BN, BE i BX. Aquesta classificació està realitzada en funció de la normativa sobre l'eficiència energètica que s'ha comentat. Així doncs la gamma BN té una eficiència IE1, la gamma BE té una eficiència IE2 i la gamma BX té una eficiència IE3. Cal destacar que el preu del motor és directament proporcional a l'eficiència energètica que atorga, essent la gamma BN la més barata i la gamma BX la més cara.

Finalment, amb totes les consideracions i necessitats requerides s'ha escollit la gamma BE ja que presenta un preu eficiència energètica alta i un preu assumible i competitiu. Dins d'aquesta

gamma s'ha agafat el motor BE 180M amb 4 pols en funció de la potència i el parell motor assequible calculats.

4 P		1500 min ⁻¹ - S1											50 Hz - IE2	
P _n		n	M _n	I _n 400V	η%			cos φ	$\frac{I_s}{I_n}$	$\frac{M_s}{M_n}$	$\frac{M_a}{M_n}$	J _m x 10 ⁻⁴	IM B5	
kW		min ⁻¹	Nm	A	100%	75%	50%					kgm ²		
0.75	BE 80B	4	1430	5.0	1.65	81.0	80.5	78.0	0.81	6.1	3.2	3.0	28	12.2
1.1	BE 90S	4	1430	7.4	2.53	82.5	82.0	79.5	0.76	6.3	2.9	2.8	28	13.6
1.5	BE 90LA	4	1430	10.0	3.5	83.5	83.0	80.0	0.74	5.9	3.1	3.0	34	15.1
2.2	BE 100LA	4	1430	14.7	4.9	85.4	85.0	84.0	0.76	5.8	3.0	2.8	54	22
3	BE 100LB	4	1420	20	6.6	85.5	86.0	85.5	0.77	5.9	2.8	2.6	61	24
4	BE 112M	4	1440	27	8.3	87.0	87.0	86.0	0.80	6.5	2.8	2.8	105	32
5.5	BE 132S	4	1460	36	11.1	88.5	88.5	87.5	0.81	7.3	2.9	2.9	270	53
7.5	BE 132MA	4	1460	49	14.8	89.0	89.0	88.5	0.82	6.9	2.9	2.8	319	59
9.2	BE 132MB	4	1460	60	18.1	89.5	89.5	88.5	0.82	6.9	2.9	3.0	360	70
11	BE 160M	4	1465	72	21.5	91.0	91.3	90.5	0.81	6.5	2.8	2.6	650	99
15	BE 160L	4	1465	98	28.7	90.8	91.0	90.5	0.83	6.5	2.6	2.3	790	115
18.5	BE 180M	4	1465	121	35	91.6	92.0	91.3	0.83	6.5	2.6	2.5	1250	135
22	BE 180L	4	1465	143	41	91.6	91.8	91.4	0.84	6.8	2.7	2.6	1650	157

II-lustració 1. Taula de motors de la sèrie BE

6. Solucions alternatives del reductor

Tal com s'ha esmentat amb anterioritat, normalment els motors no són capaços d'adaptar-se per si sols a les condicions de treball requerides. Per aquesta raó, s'acostuma a utilitzar un sistema de transmissió per satisfer les necessitats de velocitat i parell dels mecanismes. En el cas que s'està estudiant cal un sistema reductor capaç d'augmentar el parell de sortida del motor elèctric i disminuir la velocitat de sortida del sistema.

Existeixen nombroses alternatives per al disseny d'un sistema de transmissió que actuï com a reductor. Seguidament es mostraran aquelles alternatives que s'han tingut en compte en l'elecció final

6.1. Transmissió per mitjà d'engranatges per contacte directe

Aquest tipus de transmissió és el més utilitzat en el mercat industrial a causa de l'ampli ventall de possibilitats que presenta, ja que serveix per a una gamma molt ampla de potències, velocitats i relacions de transmissió.

Els principals avantatges que presenta són:

- Presenten un elevat rendiment mecànic, ja que les pèrdues per fricció són menyspreables.
- Relació de transmissió constant i independent de la càrrega.
- Són precisos i tenen un desgast molt reduït, el que provoca que tinguin una vida útil llarga.
- Dimensions reduïdes.
- Manteniment senzill, només requereixen lubricació.
- Alta capacitat per suportar sobrecàrregues.

Els principals inconvenients a destacar són els següents:

- Cost elevat.
- Transmissió molt rígida, és a dir, presenten vibracions i xocs amb freqüència
- Generen soroll durant el funcionament per culpa d'aquestes vibracions i xocs.

Seguidament es presentaran els diferents tipus de transmissió per mitjà d'engranatges per contacte directe.

6.1.1. Engranatges cilíndrics

Els engranatges cilíndrics estan formats per un conjunt d'eixos paral·lels amb engranatges que poden ser engranatges de dents rectes o de dents helicoidals.

La relació de transmissió per cada etapa acostuma a ser $i = 5$, no obstant això, poden haver-hi situacions especials que requereixen una relació de transmissió major. Tal com s'ha comentat, presenten un rendiment per etapa que oscil·la entre el 96 i el 99%, raó per la qual es poden menysprear les pèrdues per fricció.

Els engranatges cilíndrics de dents rectes són més econòmics i fàcils de fabricar que no pas els helicoidals. Cal destacar però, que aquesta simplicitat de disseny dona lloc a vibracions i xocs entre les dents que esdevenen inevitables durant el funcionament del mecanisme. Això origina que no es pugui aconseguir una transmissió progressiva del moviment.

Per l'altra banda, els engranatges cilíndrics helicoïdals presenten un moviment de transmissió molt més suau a causa de la seva geometria més complexa. Això fa que no es generin vibracions durant el funcionament i per tant desapareix el soroll que caracteritza els engranatges amb dentat recte. Tanmateix, la complexitat de la geometria també presenta desavantatges.

En primer lloc fa que el cost sigui més elevat, tal com ja s'ha comentat. En segon lloc i com a conseqüència de la inclinació de les dents, apareixen forces en la direcció axial, i no només radial (com en el dentat recte). Aquestes forces en la direcció axial no suposen un problema per al funcionament del sistema d'engranatges, però fan que el càlcul dels arbres i rodaments es compliqui de forma notable.



Il·lustració 2. Roda amb dentat recte



Il·lustració 3. Roda amb dentat helicoïdal

6.1.2. Engranatges cònics

Els engranatges cònics estan formats per un mínim de dues rodes dentades còniques, i igual que en els engranatges cilíndrics, aquestes poden ser de dents rectes o de dents helicoïdals. Aquest tipus d'engranatge presenta uns eixos que es creuen. Existeixen diferents tipus d'engranatge en funció de la forma de la dent:

- Engranatge cònic de dents helicoïdals: aquest tipus d'engranatge s'utilitza per transmetre moviment entre eixos que es tallen en el mateix pla. Per tant, redueixen la velocitat que aconseguir un eix a 90 graus. Les vores de les dents no són paral·leles a l'eix de rotació, sinó que presenten un cert angle d'inclinació, generant menys soroll.
- Engranatge cònic de dents rectes: aquest tipus d'engranatges s'utilitzen fonamentalment per obtenir una reducció de velocitat en els eixos de 90 graus, tot i que també és possible treballar a escales més reduïdes. A diferència dels engranatges cònics de forma helicoïdal utilitzen poca superfície de contacte entre dents, generant així més soroll.
- Engranatge cònic de tipus hipoide: aquest tipus d'engranatge és poc comú. Està format per un pinyó reductor amb poques dents i una roda que presenta nombroses dents. S'utilitza bàsicament en situacions en què els eixos són perpendiculars però no es troben en un mateix pla. Presenten un rendiment menor als engranatges cònics més comuns, ja que el seu desplaçament és major.
- Engranatge cònic espiroïdal: aquest tipus d'engranatge té la particularitat que pot treballar en plànols molt pronunciats i diferents. Presenta un tipus de dent més ample que facilita la transmissió de parells molt elevats sense produir desgast.



Il·lustració 4. Engranatge cònic de dents rectes



Il·lustració 5. Engranatge cònic de dents helicoidals

6.1.3. Caragol sense fi

El mecanisme de transmissió de caragol sense fi s'utilitza exclusivament per arbres amb eixos que es creuen. Aquest tipus d'engranatges presenta una possibilitat de relacions de transmissió molt amplia, poden arribar a una relació de transmissió $i = 100$ per etapa. Cal remarcar però, que a mesura que s'augmenta la relació de transmissió el rendiment va disminuint de forma substancial fins a arribar a valors per sota del 50%.



Il·lustració 6. Caragol sense fi

6.2. Transmissió per arrossegament

Aquest tipus de sistema de transmissió acostuma a fer servir diferents elements característics per transmetre el moviment. Normalment es fan servir corretges però també es poden utilitzar rodes de fricció. A diferència dels engranatges, presenten un rendiment inferior tot i que significativament òptim encara, entre el 85 i el 98%. En aquest sistema la relació de transmissió varia en funció de la potència transmesa, per tant la relació de velocitat no és exacte a causa del desplaçament de la corretja.

Els principals avantatges que presenta aquest tipus de transmissió són les següents:

- Manca de soroll en el funcionament.
- Preu de fabricació reduït.
- Capacitat d'absorció de xocs.

- Protecció contra sobrecàrregues.

Els principals inconvenients són:

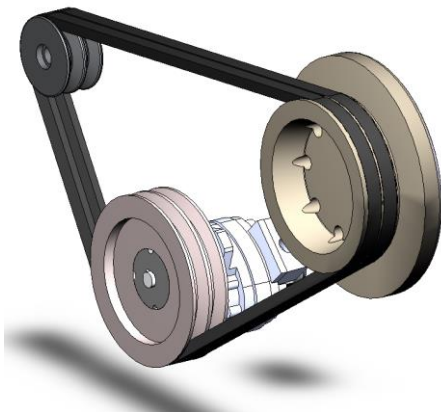
- La relació de transmissió no és exacte, ja que es funció de la càrrega.
- Vida útil limitada.
- Vulnerable a les condicions ambientals.

A continuació es presentaran els principals tipus de transmissió per arrossegament més presents en el sector industrial.

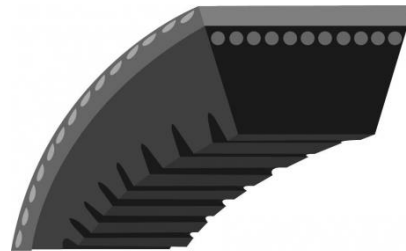
6.2.1. Corretges

En la transmissió de moviment per arrossegament es poden fer servir dos tipus de corretges, corretges planes i corretges helicoidals. Les primeres consisteixen en corretges sense dents i s'utilitzen per arbres amb eixos paral·lels i creuats. Com a conseqüència del desplaçament que suposa la corretja tenen un rendiment aproximat del 85%.

El segon tipus són les corretges trapezoïdals, les quals s'anomenen així a causa de la forma de la seva dent, la qual és en forma de trapezoide. Aquest tipus de corretja s'utilitza bàsicament en arbres paral·lels i a diferència de les corretges planes, presenta una força de transmissió superior, raó per la qual poden arribar a tenir un rendiment aproximat del 98%.



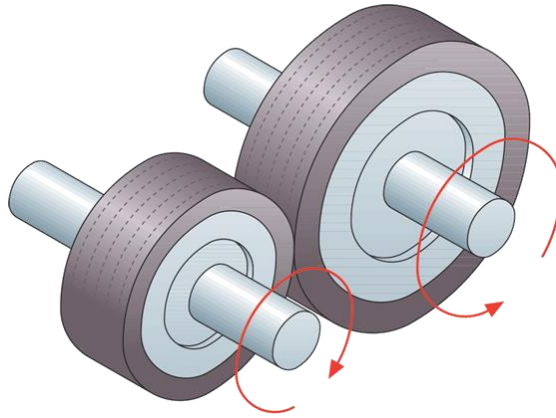
Il·lustració 7. Corretja plana



Il·lustració 8. Corretja trapezoïdal

6.2.2. Rodes de fricció

La transmissió per mitjà de rodes de fricció presenta l'avantatge que es pot aplicar a arbres amb eixos paral·lels, que es tallin o creuats, el qual fa possible que sigui aplicable a nombroses aplicacions. No obstant això, no pot transmetre potències molt grans. A més a més, per culpa de la fricció entre les rodes que es produeix en el contacte apareixen esforços interns que perjudiquen la transmissió de moviment.



Il·lustració 9. Rodes de fricció

6.3. Transmissió per contacte flexible

En el món industrial existeixen dos grans tipus de transmissions per contacte flexibles, les cadenes i les corretges dentades. A continuació es farà un breu resum d'ambdós tipus.

6.3.1. Cadenes

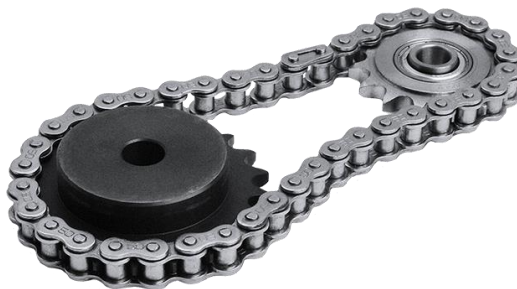
Les cadenes són un tipus de transmissió basat en la unió d'un mínim de dues rodes per mitjà d'una cadena. S'utilitzen exclusivament per arbres amb eixos paral·lels. Presenten una estructura semblant a les corretges, però poden transmetre major força en menor distància, raó per la qual són una solució més òptima.

Els principals avantatges que presenta són:

- Alt rendiment i fiabilitat.
- Preu reduït.
- No requereixen lubricació.
- Mantenen la relació de transmissió constant.

Els principals desavantatges que presenta són les següents:

- Vida útil limitada.
- Soroll en el funcionament.
- Velocitat de funcionament limitada.
- Cost més elevat que les corretges.
- Només aplicable a arbres amb eixos paral·lels.
- Requereixen un espai voluminós elevat.



Il·lustració 10. Transmissió per cadena

6.3.2. Corretges dentades

La transmissió per mitjà de corretges dentades és molt semblant a les cadenes però permet treballar a velocitats de funcionament superiors. En contrapartida, requereix un major espai per poder treballar en les mateixes condicions de càrrega i potència. A més a més, també genera un major volum de soroll durant el funcionament. La resta de característiques són molt similars a les cadenes.



Il·lustració 11. Transmissió per corretja dentada

7. Alternativa reductor seleccionada

Una vegada fet l'estudi de totes les possibles alternatives seleccionades i presentades anteriorment s'ha decidit escollir una transmissió per mitjà d'engranatges cilíndrics per contacte directe de dents rectes. Aquesta solució presenta tots els requeriments i necessitats desitjades per a dur a terme de forma òptima el cas que s'està desenvolupant.

Una de les principals raons per les quals s'ha optat per una transmissió mitjançant engranatges és la necessitat d'una relació de transmissió constant per garantir el bon funcionament de la màquina, però això s'han descartat la resta de les opcions plantejades. Dins de l'opció dels engranatges s'ha decidit seleccionar els engranatges cilíndrics per davant del cònics a causa del gran nombre d'avantatges que presenten.

La transmissió per engranatges de dents rectes presenta un rendiment molt elevat i una vida útil molt llarga. També atorga una fiabilitat excel·lent, el qual esdevé un requeriment molt important, ja que l'ús que se li donarà a l'elevador de càrrega serà continuat i intens durant tirades de temps molt llargues. Aquest tipus de transmissió té la capacitat de suportar grans càrregues, quelcom indispensable en el nostre cas. A més, presenta una mida molt reduïda, i tot i que no era un requeriment essencial no deixa de ser una prestació a tenir en consideració.

Cal destacar que s'ha escollit els engranatges cilíndrics de dents rectes per davant dels engranatges cilíndrics de dents helicoïdals seguint les següents justificacions:

- El cost de fabricació és considerablement més reduït.
- Els engranatges cilíndrics de dents rectes poden transmetre més potència que no pas els engranatges cilíndrics de dents helicoïdals de la mateixa mida.
- El principal motiu pel qual s'acostumen a utilitzar engranatges cilíndrics de dents helicoïdals és per limitar el soroll del reductor. No obstant això, en el projecte en el qual s'està treballant no es un paràmetre fonamental de disseny, ja que l'aplicació està pensada per a una fàbrica on el silenci no és un requeriment primordial.
- La simplicitat de la geometria facilita tant el càlcul, com el disseny i la posterior fabricació del reductor.

8. Descripció del reductor

A continuació es realitzarà una descripció detallada de la solució adoptada per al disseny del reductor de velocitat. Els càlculs que justifiquen els següents apartats es poden trobar en l'Annex de Càlculs.

8.1. Relació de transmissió

S'ha decidit fixar una relació de transmissió de $i=21$. Aquesta reducció permet obtenir una velocitat de sortida òptima per al desenvolupament correcte de la màquina, tot considerant la velocitat d'entrada que dona el motor seleccionat. A causa del fet que la reducció és molt gran, aquesta no es pot dur a terme en una única etapa, per tant es faran dues etapes. Cal destacar, que s'entén com etapes la quantitat de parells d'engranatges o reduccions que existeixen en l'arbre d'engranatges.

Primerament, s'ha tingut com a consideració realitzar dues etapes amb relacions de transmissió diferents. D'aquesta manera la primera etapa presentaria una relació major de transmissió per reduir les forces i els moments que actuen sobre els eixos intermedis. Tanmateix, finalment s'ha decidit realitzar les dues etapes amb una mateixa relació $i=4,583$, ja que d'aquesta manera se simplifica el procés de disseny i fabricació i es pot reduir tant el cost del reductor com el pressupost final del projecte.

8.2. Dimensionament previ

Per poder realitzar el càlcul dels engranatges cal realitzar en primera instància un dimensionament previ dels dits engranatges amb valors teòrics. És a dir, es realitzen els primers càlculs de velocitat de gir i parell torsor a partir de la relació de transmissió teòrica calculada, malgrat això, posteriorment es durà a terme el càlcul del mòdul en el qual s'obtindrà un valor de relació de transmissió real, el qual depèn del nombre de dents que presenta cada engranatge, a partir del qual es realitzaran tots els càlculs posteriors i el consegüent dimensionament de l'engranatge.

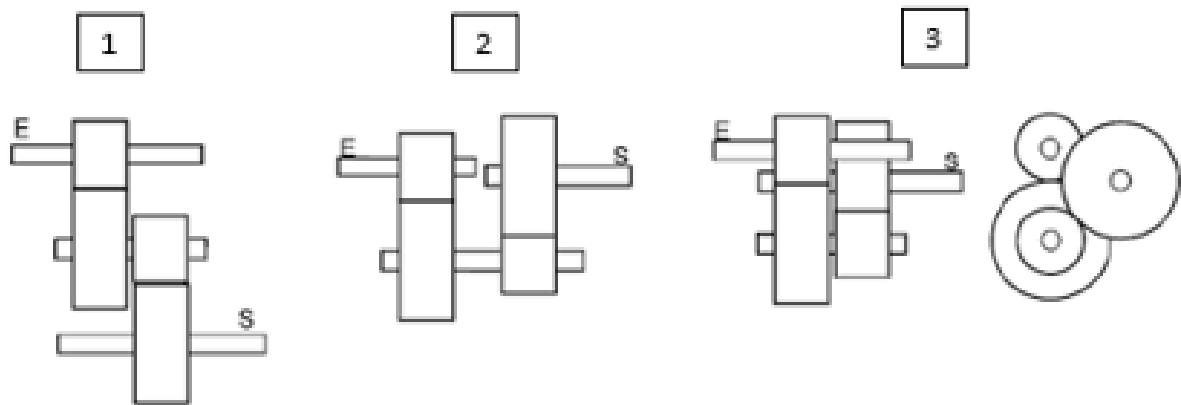
La següent taula mostra un resum dels valors previs calculats en l'Annex de càlculs:

	Eix entrada	Eix intermedi	Eix sortida
Potència (kW)	18,5	18,5	18,5
Relació de transmissió	4,583	4,583	4,583
Velocitat de gir (rpm)	1465	319,66	69,76
Velocitat de gir (rad/s)	153,41	33,47	7,3
Parell torsor (Nm)	120,59	552,65	2532,36

Il·lustració 12. Taula de valors per al dimensionament previ

8.3. Disposició dels eixos

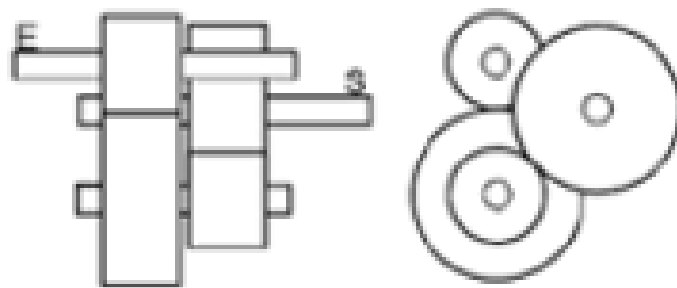
En seleccionar dues etapes per dur a terme tota la reducció, apareixen 3 eixos en el disseny de l'engranatge: eix d'entrada, eix intermedi i eix de sortida. D'aquesta manera existeixen diverses possibilitats per a la disposició dels eixos en el seu disseny. La il·lustració 13 mostra les tres principals possibilitats que s'han seleccionat.



Il·lustració 13. Possibles disposicions dels eixos

Entre aquestes 3 possibilitats existeixen dos grups clarament diferenciats. Les possibilitats 1 i 2 presenten un disseny més senzill amb una disposició bàsica dels eixos en paral·lel. Per altra banda, la disposició 3 presenta un disseny més compacte que permet reduir el volum ocupacional del reductor i fer-lo més òptim. Malgrat això, el manteniment de les seves peces i la lubricació són més complexos que no pas les dues primeres opcions, on tots els eixos es troben en el mateix pla.

Finalment, com a conseqüència de la mida de les rodes en ambdues etapes, les qual superen els 400 mm s'ha decidit fer servir la configuració 3 per al disseny dels eixos, ja que amb aquesta configuració s'assegura no tenir problemes d'espai en la instal·lació del motorreductor.



Il·lustració 14. Disposició final dels eixos

8.4. Material

Després de realitzar un estudi dels possibles materials presents en el mercat a fer servir per al disseny i fabricació dels engranatges, entre els quals destacaven la fosa grisa i l'acer al carboni, s'ha optat per fer servir un tipus d'acer al carboni, un acer aliat, temperat i revingut: 20MnCr5, el qual és un acer molt utilitzat en la producció de reductor de velocitats mitjançant engranatges. S'ha decidit fer servir el mateix tipus de material en ambdues etapes, per tal de minimitzar costos.

Les propietats d'aquest material són les següents:

Duresa Brinell	HB 250
Límit de fallada a flexió	$S_{FL} = 293,3 \text{ MPa}$
Límit de fallada superficial	$S_{HL} = 701,3 \text{ MPa}$
Límit de resistència a ruptura	$S_U = 980 \text{ MPa}$
Límit de resistència a fluència	$S_Y = 735 \text{ MPa}$
Mòdul de Young	$E = 210000 \text{ MPa}$
Coefficient Poisson	$\nu = 0,27$

Il·lustració 15. Taula de propietats del 20MnCr5

8.5. Etapes

Tal com s'ha explicat amb anterioritat, el reductor de velocitat consta de dues etapes, les quals queden definides a partir de diversos valors com són el mòdul, la relació de transmissió, el nombre de dents en pinyó i roda...

Tots els càlculs necessaris per determinar els valors de les dites propietats pròpies de cada etapa i les decisions i justificacions utilitzades per la selecció de cada variable estan presents en l'Annex de càlculs.

8.5.1. Primera etapa

En la primera etapa de reducció s'obtenen els següents resultats:

Mòdul	$m = 6$
Relació de transmissió	$i = 4,563$
Nombre de dents pinyó	$z_1 = 16 \text{ dents}$
Nombre de dents roda	$z_2 = 73 \text{ dents}$
Diàmetre primitiu pinyó	$d_{\text{primitiu pinyó}} = 96 \text{ mm}$
Diàmetre primitiu roda	$d_{\text{primitiu roda}} = 438 \text{ mm}$
Distància entre centres	$d_{\text{centres}} = 203,05 \text{ mm}$
Angle de pressió	$\alpha = 20^\circ$
Amplada de la dent	$b = 60 \text{ mm}$

Il·lustració 16. Taula de resultats de l'etapa 1

8.5.2. Segona etapa

En la segona etapa de reducció s'obtenen els següents resultats:

Mòdul	$m = 3$
Relació de transmissió	$i = 4,594$
Nombre de dents pinyó	$z_3 = 32 \text{ dents}$
Nombre de dents roda	$z_4 = 147 \text{ dents}$
Diàmetre primitiu pinyó	$d_{\text{primitiu pinyó}} = 96 \text{ mm}$
Diàmetre primitiu roda	$d_{\text{primitiu roda}} = 441 \text{ mm}$
Distància entre centres	$d_{\text{centres}} = 411,16 \text{ mm}$
Angle de pressió	$\alpha = 20^\circ$
Amplada de la dent	$b = 70 \text{ mm}$

Il·lustració 17. Taula de resultats de l'etapa 2

9. Normativa

9.1. Normativa motor

El motor seleccionat està fabricat d'acord amb les normes i unificacions aplicables i relacionades amb la següent taula.

Títol	CEI	IEC
Requisits generals per a màquines elèctriques rotatives	CEI EN 60034-1	IEC 60034-1
Identificació de terminals i sentit de gir per màquines elèctriques rotatives	CEI 2-8	IEC 60034-8
Mètodes de refrigeració de les màquines elèctriques	CEI EN 60034-6	IEC 60034-6
Dimensions i potències nominals per a màquines elèctriques rotatives	EN 50347	IEC 60072
Classificació dels graus de protecció de les màquines elèctriques rotatives	CEI EN 60034-5	IEC 60034-5
Límits de soroll	CEI EN 60034-9	IEC 60034-9
Sigles d'identificació de les formes constructives i dels tipus de les instal·lacions	CEI EN 60034-7	IEC 60034-7
Tensió nominal per als sistemes de distribució pública de l'energia elèctrica de baixa tensió	CEI 8-6	IEC 60038
Grau de vibració de les màquines elèctriques	CEI EN 60034-14	IEC 60034-14
Classe de rendiment dels motors asíncrons trifàsics amb rotor de gàbia d'esquirol i d'una sola velocitat (Codi IE)	CEI EN 60034-30-1	IEC 60034-30-1
Mètodes normalitzats per a la determinació mitjançant assajos de les pèrdues i el rendiment	CEI EN 60034-2-1	IEC 60034-2-1

Il·lustració 18. Normativa per a motors

A més a més, el motor compleix amb les normes estrangeres adaptades a les IEC 60034-31 indicades en la següent taula.

DIN VDE 0530	Alemanya
BS5000 / BS4999	Gran Bretanya
AS 1359	Austràlia
NBNC 51 - 101	Bèlgica
NEK - IEC 34	Noruega
NF C 51	França
O EVE M 10	Àustria
SEV 3009	Suïssa
NEN 3173	Holanda
SS 426 01 01	Suècia

Il·lustració 19. Normativa estrangera per a motors

Cal destacar que el motor seleccionat de la sèrie BE compleix els requisits de les Directives 2006/95/CE (Directiva de Baixa Tensió) i 2004/108/CE (Directiva de Compatibilitat Electromagnètica). També porta el segell CE, el qual fa referència a la Directiva EMC, és a dir, la

construcció d'aquest motor és conforme a les Normes CEI EN 60034-1, EN 61000-6-2 i EN 61000-6-4.

9.2. Normativa reductor

El reductor de velocitat s'ha dissenyat d'acord amb la normativa que es detalla en la següent taula.

Ús de l'acer com a material de fabricació	UNE-EN 10027
Ús de foses com a material de fabricació	UNE-EN 36003
Normalització dels mòduls per a engranatges	UNE 18005
Normalització de les xavetes per a engranatges	UNE 17102-1
Precisió per a engranatges cilíndrics i rondes dentades	UNE 18048
Valors relatius per a engranatges	UNE 18018
Normalització per a les dimensions dels rodolaments	UNE 18037
Viscositat del lubricant	ISO 3448
Càlcul per a la fatiga de rodaments en engranatges	

Il·lustració 20. Normativa per a reductors de velocitat

10. Pressupost

Per realitzar les diferents etapes d'aquest projecte s'ha dut a terme una organització prèvia que queda reflectida en la següent taula.

	Febrer	Març	Abril	Maig	Juny	Juliol
Recerca general						
Motor						
Reductor de velocitat						
Decisions						
Disseny previ						
Càlcul d'engranatges						

Il·lustració 21. Diagrama de Gantt

Seguidament es mostra el pressupost, el qual té en compte les hores destinades i els recursos utilitzats fins al moment. No té en compte la mà d'obra per la fabricació dels engranatges ni els recursos utilitzats en aquesta. Els preus per hora utilitzats corresponen a un preu mitjà d'un estudiant en pràctiques, el qual és equivalent a 14 €/h.

	Quantitat	Preu per unitat (€/unitat)	Cost total (€)
Recerca general, investigació i estudi del projecte	130 h	14	1820
Motor seleccionat	1	2157,5	2157,5
Dimensionament dels engranatges	140 h	14	1960
Càlcul dels engranatges	200 h	14	2800
Equips informàtics	1	1000	1000
Material de suport	1	165	165
Consum elèctric	470 h	0,03	14,1
Accés a Internet	6 mesos	18	108
TOTAL			10024,6

Il·lustració 22. Pressupost del projecte

11. Estudi mediambiental

Aquest projecte consta de quatre fases específiques fins a obtenir el producte final desitjat: disseny, fabricació i muntatge. Durant aquest treball només s'ha dut terme la fase de disseny, no obstant es farà un breu estudi mediambiental del conjunt de les quatre fases per poder conèixer l'impacte total sobre l'ecosistema que tindria dur a terme la totalitat d'aquest projecte.

La fase de disseny, la qual és la que s'ha realitzat durant aquest projecte, és segurament la fase que requereix menys recursos energètics i per tant genera menys impacte mediambiental. Per realitzar aquesta fase s'ha constatat del suport d'eines com paper i eines digitals, com ara calculadora programable o suport informàtic. Això fa que el consum sigui molt reduït, tanmateix, durant aquesta fase és on s'han pres la majoria de decisions que constitueixen les altres dues fases en les quals l'impacte energètic és molt més gran. Així doncs, es podria dir que de manera directa la influència d'aquesta fase en l'impacte mediambiental és gairebé nul·la, però de manera indirecta es constitueixen gran part de les idees que posteriorment provocaran un impacte ambiental considerable.

La segona fase consisteix en la fabricació del producte disseny. Aquesta fase és segurament és l'etapa en què es produeix un major consum d'energia i on es produeixen més residus. Per aquesta fase s'ha de tenir molta consideració en el bon tractament de residus com poden ser els fluids refrigerants o l'encenall residual en els processos de mecanitzat. Per aquesta raó es prioritzarà contractar una empresa externa que dugui a terme la fabricació del reductor de velocitat i que tingui una plena consideració en el tractament de residus i en la importància de l'eficiència energètica durant els processos de fabricació en els quals es treballa amb gran maquinària que requereix un consum molt elevat.

La tercera i última fase referent al muntatge genera una quantitat de residus relativament petita, però és una de les etapes on l'impacte mediambiental es pot reduir més significativament. Aquesta fase es basa en l'ús de materials com plàstics i cartó per dur a terme l'empaquetament tant del producte final com alguns complements, com poden ser rodaments, lubricants... És per això que s'intentarà reduir el màxim possible l'ús de plàstics en aquesta fase per conscienciar a la clientela i treballadors de la importància del medi ambient. Per això, i encara que comporti un cost superior, es prioritzaran altres tipus d'embalatge com cartó.

Existeix una darrera fase que es produeix un cop finalitzada la vida útil del producte, és a dir, el reciclatge. En tractar-se un producte industrial, el reciclatge ha de dur-se a terme de forma molt detallada. Tal com s'ha comentat, la fabricació es realitzaria per mitjà d'una empresa externa la qual tingués una consciència ambiental molt notable no només en el procés de fabricació sinó també en el procés de post-venda, és a dir, en el reciclatge i la possible reutilització de tots aquells productes fabricats per ells.

12. Conclusions

Reprenent l'objectiu principal d'aquest projecte que era realitzar els càlculs necessaris per fer la selecció del motor que es farà servir i el disseny del reductor de velocitat que s'acoblarà posteriorment al motor per dissenyar un motorreductor, es pot dir que finalment s'ha aconseguit realitzar tots els càlculs i fer un disseny previ per obtenir la solució desitjada per a la fabricació d'un elevador de càrrega.

Cal destacar que tot i tenir coneixements suficients per iniciar aquest projecte i dur a terme molts dels càlculs desenvolupats, ha calgut fer un estudi molt profund en la matèria dels engranatges, especialment pel que fa al càlcul, com per exemple, el càlcul de l'amplada mínima que ha de tenir la dent, ja que l'alumne no tenia cap coneixement d'aquesta branca de la mecànica.

També s'han complert alguns dels objectius secundaris plantejats al començament del projecte com ara l'aprofundiment en el món de la mecànica o la redacció d'un treball que també esdevingui un fitxer complementari per tal de desenvolupar transmissions, ja que presenta el càlcul d'engranatges de manera resumida.

Com a aspecte negatiu o possible objectiu no complert seria la continuació del disseny del reductor de velocitat, és a dir, realitzar el disseny dels eixos d'entrada, intermedi i de sortida, i seguidament realitzar una anàlisi mecànica d'esforços.

Per concloure, el resultat final d'aquest projecte ha estat prou satisfactori, ja que ha permès aplicar molts dels coneixements obtinguts durant el grau però també ha permès aprendre i conèixer més matèria.

13. Bibliografía

13.1. Libres

- [1] PILAR LAFONT MORGADO, ANDRÉS DÍAZ LANTADA, JAVIER ECHÁVARRI OTERO: Diseño y cálculo de transmisiones por engranajes, 2009
- [2] ROBERT L. MOTT: Diseño de elementos de Máquinas, 1985
- [3] JOAQUIM VECIANA FONTANET: Engranatges cilíndrics d'eixos paral·lels, 2017

13.2. Pàgines web

- [4] <http://www.gestiondecompras.com/es/productos/componentes-mecanicos-y-de-ferreteria/engranajes>
- [5] <https://www.uv.es/emaset/iep00/descargas/motores-Sincronos-0809.pdf>
- [6] [la.borets.com/files/listovki/listovki1_pdf/Permanent Magnet Motor 2014.pdf](http://la.borets.com/files/listovki/listovki1_pdf/Permanent_Magnet_Motor_2014.pdf)
- [7] <http://www.usattmotor.com/news/advantages-disadvantages-of-stepper-motors-8479616.html>
- [8] masteringenieros.com/wp-content/uploads/2016/05/www-adsnt-recursos-masteringenieros-file-motor.pdf
- [9] <https://clr.es/blog/es/motor-paso-a-paso-cuando-utilizarlo/>
- [10] <https://es.scribd.com/doc/99867732/Ventajas-y-Desventajas-de-Los-Motores-Elctricos>
- [11] <http://www.tecnicaindustrial.es/TIFrontal/a-6595-ventajas-motores-sincronos-asimetricos.aspx>
- [12] <https://es.scribd.com/document/145177846/La-Principal-Ventaja-de-Un-Servomotor>
- [13] <http://panamahitek.com/que-es-y-como-funciona-un-servomotor/>
- [14] <https://www.bonfiglioli.com/international/en>
- [15] <https://www.une.org/Paginas/Normalizacion/Ficha-CTN.aspx?n=5&c=CTN%2018>
- [16] <https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn150.html>
- [17] <https://clr.es/blog/es/engranaje-conico-como-funciona/>
- [18] https://aulavirtual.fio.unam.edu.ar/pluginfile.php/17152/mod_resource/content/2/Transmision%20Correas.pdf
- [19] www.eis.unl.edu.ar
- [20] <https://dhernaiez73.wordpress.com/2015/07/24/fuerzas-entre-engranes-rectos/>
- [21] <https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn151.html>
- [22] <https://elemaquina.webs.com/EMA22.pdf>
- [23] academia.utp.ac.pa

- [24] <https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn150.html>
- [25] https://e-archivo.uc3m.es/bitstream/.../PFC_Juan-Manuel_Regalado_Gonzalez_2015
- [26] <http://www.monografias.com/trabajos99/fallas-volumetricas-transmisiones-engranajes-metalicos/fallas-volumetricas-transmisiones-engranajes-metalicos.shtml>
- [27] https://www.skf.com/binary/87.../0901d19680416953-10000_2-ES---Rolling-bearings

Annex de càlculs



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH

**Escola Tècnica Superior d'Enginyeria
Industrial de Barcelona**



Índex Annex de Càlculs

1. Introducció	36
2. Descripció del motor	36
2.1. Càlcul de potència	36
2.2. Càlcul de parell equivalent	36
2.3. Elecció del motor	38
3. Descripció del reductor	39
3.1. Relació de transmissió	39
3.2. Diàmetre de l'eix per rigidesa torsional	39
3.2. Selecció de mòdul i nombre de dents	41
3.3. Càlcul de forces en l'engranatge	44
3.4. Selecció del material	45
3.5. Determinació de l'amplada dels engranatges	48
3.5.1. Determinació de l'amplada en l'etapa 1	48
3.5.1.1. Càlcul de l'amplada per flexió en l'etapa 1	48
3.5.1.1.1. Càlcul dels paràmetres	48
3.5.1.1.2. Càlcul de l'amplada	52
3.5.1.2. Càlcul de l'amplada per fallada superficial en l'etapa 1	52
3.5.1.2.1. Càlcul dels paràmetres	53
3.5.1.2.2. Càlcul de l'amplada	56
3.5.1.3. Valor final de l'amplada en l'etapa 1	56
3.5.2. Determinació de l'amplada en l'etapa 2	56

1. Introducció

En el següent annex de càlculs es presentaran tots els càlculs realitzats durant el projecte per arribar a la solució final desitjada. Tanmateix, s'explicarà de forma detallada el procediment i les equacions que s'han seguit per arribar a les solucions presentades a la memòria.

2. Descripció del motor

S'ha basat l'elecció del motor elèctric requerit en la potència de càrrega màxima durant l'ascensió de l'elevador de càrrega (cabina més el palet de sacs de ciment) i en el parell equivalent corregit d'un cicle de treball.

2.1. Càlcul de potència

El càlcul de la potència en el moment de càrrega es fa en funció de la càrrega a moure, la distància, el temps i l'eficiència tant del reductor com la mateixa eficiència mecànica del sistema.

$$P = \frac{(n_{sacs} \cdot m_{sac} + m_{cabina}) \cdot g \cdot d}{t \cdot \eta_{reductor} \cdot \eta_{pèrdues}} \cdot 1000 = 11,24 \text{ kW}$$

On:

$$n_{sacs} = 50 \text{ sacs}$$

$$m_{sac} = 25 \text{ kg}$$

$$m_{cabina} = 600 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$d = 10 \text{ m}$$

$$t = 20 \text{ s}$$

$$\eta_{reductor} = 0,95$$

$$\eta_{pèrdues} = 0,85$$

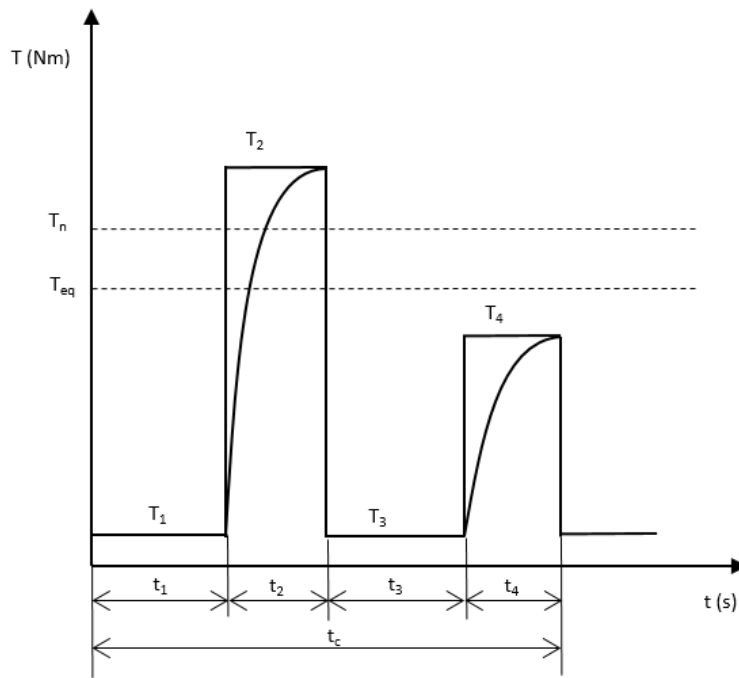
Cal destacar que s'ha decidit aplicar un rendiment del 95% per al tren d'engranatges cilíndrics de dents rectes i unes pèrdues mecàniques per fricció del 15%.

2.2. Càlcul de parell equivalent

Per al càlcul del parell equivalent s'ha definit un cicle de treball a partir del qual s'extrauran les dades necessàries per poder trobar el parell equivalent del cicle i buscar un motor que compleixi la següent restricció.

$$T_n > T_{eq \text{ corregit}}$$

D'aquesta manera es defineix un cicle de treball que consta de quatre etapes. Una primera etapa on s'introdueixen els sacs de ciment a l'elevador de càrrega que presenta un parell de pèrdues constant com a conseqüència del funcionament del motor, una segona etapa de càrrega dels sacs de ciment més la cabina, una tercera etapa de descàrrega dels sacs de ciment que torna a presentar un parell de pèrdues constant i finalment una quarta etapa de càrrega només amb la cabina. La següent imatge mostra gràficament com seria el cicle de treball.



Il·lustració 1. Cicle de treball

$$T_{eq} = \sqrt{\frac{\left(\frac{T_1}{i}\right)^2 \cdot t_1 + \left(\frac{T_2}{i}\right)^2 \cdot t_2 + \left(\frac{T_3}{i}\right)^2 \cdot t_3 + \left(\frac{T_4}{i}\right)^2 \cdot t_4}{t_c}}$$

On:

$$T_1 = T_3 = T_{pèrdues} = 10 \text{ Nm}$$

$$T_2 = (n_{sacs} \cdot m_{sac} + m_{cabina}) \cdot g \cdot r_{politja} = 3629,7 \text{ Nm}$$

$$T_4 = m_{cabina} \cdot g \cdot r_{politja} = 1177,2 \text{ Nm}$$

$$t_1 = t_3 = 30 \text{ s}$$

$$t_2 = t_4 = 20 \text{ s}$$

Cal destacar que s'ha fixat un radi de politja de 0,2 m i una reducció $i=21$. Substituint aquests valors juntament amb els parells trobats es troba el següent parell equivalent.

$$T_{eq} = 81,26 \text{ Nm}$$

Posteriorment s'ha de corregir el parell equivalent en funció de les condicions de funcionament per mitjà d'un factor de servei anomenat F_s . Aquest factor de servei consisteix en un factor de seguretat en funció de les condicions de funcionament de la màquina. L'elevador de càrrega pel qual s'està duent a terme el disseny treballa de manera uniforme durant 7 hores al dia i amb 50 arrancades per hora. La següent taula mostra els possibles factors de servei en funció de la naturalesa de la càrrega, el nombre d'hores de treball al dia i el nombre d'arrancades per hora.

CONDICIONES DE FUNCIONAMIENTO OPERATING CONDITIONS CARACTERISTIQUES DE FONCTIONNEMENT	Horas de funcionamiento diario / Operating hours per day / Heures quotidiennes de fonctionnement															
	< 2				> 2-8				> 8-16				> 16			
	Arranques/hora / Start ups per hour / Nombre de démarrages par heure															
	< 10	10-29	30-60	> 60	< 10	10-29	30-60	> 60	< 10	10-29	30-60	> 60	< 10	10-29	30-60	> 60
I. Carga uniforme Standard load Charge uniforme	0,8	0,95	1,05	1,20	1	1,20	1,35	1,50	1,25	1,50	1,65	1,80	1,50	1,80	2	2,25
II. Sobrecargas moderadas Moderate overloads Surcharges modérées	1	1,20	1,35	1,50	1,25	1,50	1,65	1,80	1,50	1,80	2	2,25	1,75	2	2,25	2,50
III. Choques fuertes Heavy shocks Choc violents	1,25	1,50	1,65	1,80	1,50	1,80	2	2,25	1,75	2	2,25	2,50	2	2,35	2,70	3

II-lustració 2. Factor de servei en funció de les condicions de funcionament


Així doncs, en funció de les dades esmentades s'obté un factor de servei igual a 1.35 i el següent parell equivalent corregit:

$$F_s = 1,35$$

$$T_{eq\text{ corregit}} = F_s \cdot T_{eq} = 109,70 \text{ Nm}$$

2.3. Elecció del motor

Finalment és dur a terme l'elecció del motor en funció dels dos paràmetres que s'han comentat en l'inici d'aquest apartat, la potència de càrrega màxima i el parell equivalent corregit d'un cicle de treball. Es busca que el motor presenti una potència nominal i un parell nominal superior a aquests dos valors. La següent taula mostra els motors de la sèrie BE de la marca Bonfiglioli que s'ha escollit com a distribuïdor per a l'obtenció del motor elèctric.

4 P		1500 min ⁻¹ - S1											50 Hz - IE2	
P _n		n	M _n	I _n 400V	η%			cos φ	$\frac{I_s}{I_n}$	$\frac{M_s}{M_n}$	$\frac{M_a}{M_n}$	J _m x 10 ⁻⁴	IM B5	
kW		min ⁻¹	Nm	A	100%	75%	50%					kgm ²	Kg	
0.75	BE 80B	4	1430	5.0	1.65	81.0	80.5	78.0	0.81	6.1	3.2	3.0	28	12.2
1.1	BE 90S	4	1430	7.4	2.53	82.5	82.0	79.5	0.76	6.3	2.9	2.8	28	13.6
1.5	BE 90LA	4	1430	10.0	3.5	83.5	83.0	80.0	0.74	5.9	3.1	3.0	34	15.1
2.2	BE 100LA	4	1430	14.7	4.9	85.4	85.0	84.0	0.76	5.8	3.0	2.8	54	22
3	BE 100LB	4	1420	20	6.6	85.5	86.0	85.5	0.77	5.9	2.8	2.6	61	24
4	BE 112M	4	1440	27	8.3	87.0	87.0	86.0	0.80	6.5	2.8	2.8	105	32
5.5	BE 132S	4	1460	36	11.1	88.5	88.5	87.5	0.81	7.3	2.9	2.9	270	53
7.5	BE 132MA	4	1460	49	14.8	89.0	89.0	88.5	0.82	6.9	2.9	2.8	319	59
9.2	BE 132MB	4	1460	60	18.1	89.5	89.5	88.5	0.82	6.9	2.9	3.0	360	70
11	BE 160M	4	1465	72	21.5	91.0	91.3	90.5	0.81	6.5	2.8	2.6	650	99
15	BE 160L	4	1465	98	28.7	90.8	91.0	90.5	0.83	6.5	2.6	2.3	790	115
18.5	BE 180M	4	1465	121	35	91.6	92.0	91.3	0.83	6.5	2.6	2.5	1250	135
22	BE 180L	4	1465	143	41	91.6	91.8	91.4	0.84	6.8	2.7	2.6	1650	157

II-lustració 3. Taula de motos de la sèrie BE

Tal com es pot observar en la il·lustració 3 el motor BE 180M és el primer motor que presenta una potència i un parell nominal superiors als calculats. Caldria remarcar que el motor podria treballar durant una estona per sobre de les seves condicions nominals, d'aquesta manera es podria escollir un motor que presentés una menor potència reduint així el preu del motor i millorant el pressupost final del projecte. No obstant s'ha considerat escollir un motor que presentés un parell nominal superior al parell equivalent corregit calculat per garantir la seguretat i assegurar el projecte.

El motor escollit és un motor trifàsic asíncron de quatre pols de la marca italiana Bonfiglioli de la sèrie BE anomenat BE 180M que presenta una potència nominal de 18,5 kW i un parell nominal de 121 Nm.

3. Descripció del reductor

Seguidament es presentaran els càlculs realitzats per al desenvolupament del reductor de velocitats.

3.1. Relació de transmissió

La relació de transmissió s'ha fixat a 21 tal com s'explica a la memòria. Com que la relació és major es decideix dividir el reductor en etapes. Per saber el nombre d'etapes que es requereixen s'aplica la següent fórmula:

$$\text{nombre d'etapes} \geq \frac{\log(e)}{\log(e_{\text{lim}})} = 1,89$$

On:

$$\begin{aligned} e &= 21 \\ e_{\text{lim}} &= 5 \end{aligned}$$

Per tant com el nombre d'etapes ha de ser un nombre enter positiu major a 1,89, s'ha decidit fer un disseny amb dues etapes on cada etapa presentarà la mateixa relació de transmissió, la qual ha de ser inferior a la relació de transmissió límit establerta, $e_{\text{lim}} = 5$.

$$i_1 = i_2 = \sqrt{i} = 4,583$$

Així doncs al definir 2 etapes de reducció, queden establerts tres eixos dins l'arbre d'engranatges per dur a terme la reducció de velocitat desitjada.

3.2. Diàmetre de l'eix per rigidesa torsional

Per poder iniciar el dimensionament dels engranatges primer s'ha de realitzar un càlcul previ dels parells i les velocitats respectives en cada eix de l'arbre d'engranatges, valors que posteriorment s'utilitzaran per al càlcul dels diàmetres mínims requerits en cadascun dels tres eixos.

La velocitat del motor és de 1465 rpm i la relació de transmissió de cada etapa és $i = 4,583$. A partir d'aquestes dues dades es pot obtenir les velocitats en els tres eixos.

$$\omega_{\text{eix entrada}} = 1465 \text{ rpm}$$

$$\omega_{eix\ intermedi} = \frac{1465}{4,583} = 319,66\ rpm$$

$$\omega_{eix\ sortida} = \frac{1465}{21} = 69,76\ rpm$$

Seguidament es poden calcular els parells torsors en cada eix:

$$T_{eix\ entrada} = \frac{P}{\omega_{eix\ entrada}} = \frac{18,5}{1465 \cdot \frac{2\pi}{60}} \cdot 1000 = 120,59\ Nm$$

$$T_{eix\ intermedi} = \frac{18,5}{319,66 \cdot \frac{2\pi}{60}} \cdot 1000 = 552,65\ Nm$$

$$T_{eix\ sortida} = \frac{18,5}{69,76 \cdot \frac{2\pi}{60}} \cdot 1000 = 2532,36\ Nm$$

Un cop obtinguts els valor dels parells torsors en cada eix es realitza el càlcul del diàmetre de cada eix a partir d'aquests moments. Cal destacar que el dimensionament dels eixos es realitza a partir del moment torsor en lloc del moment flector, ja que aquest últim té un efecte menor en els engranatges.

Com a conseqüència de que els eixos han de transmetre la potència de manera uniforme i per assegurar el bon funcionament, s'ha limitat la deflexió torsional del gir a $0,25^\circ/m$. A partir d'aquest valor i amb l'equació que determina el gir per unitat de longitud a causa de la rigidesa torsional es podran obtenir els valors dels diàmetres mínims en cadascun dels tres eixos.

$$\frac{\theta}{L} = \frac{32 \cdot T}{\pi \cdot d^4 \cdot G}$$

Aïllant el diàmetre s'obté:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot T}{\pi \cdot G \cdot \frac{\theta}{L}}}$$

On:

$$G = 8,1 \cdot 10^{10}\ N/m^2$$

$$\theta/L = 0,25^\circ/m = 4,36 \cdot 10^{-3}\ rad/m$$

D'aquesta manera s'obtenen els diàmetres mínims per a cada eix:

$$d_{eix\ entrada} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot T}{\pi \cdot G \cdot \frac{\theta}{L}}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 120,59}{\pi \cdot 8,1 \cdot 10^{10} \cdot 4,36 \cdot 10^{-3}}} = 0,04318\ m$$

$$d_{eix\ intermedi} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot T}{\pi \cdot G \cdot \frac{\theta}{L}}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 552,65}{\pi \cdot 8,1 \cdot 10^{10} \cdot 4,36 \cdot 10^{-3}}} = 0,06317\ m$$

$$d_{eix\ sortida} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot T}{\pi \cdot G \cdot \frac{\theta}{L}}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 2532,36}{\pi \cdot 8,1 \cdot 10^{10} \cdot 4,36 \cdot 10^{-3}}} = 0,09243\ m$$

A continuació s'aproximaran els diàmetres per facilitar tant el procés de fabricació com els posteriors càlculs que es realitzaran a continuació.

$$d_{eix\ entrada} = 0,04318\ m \cong 0,045\ m$$

$$d_{eix\ intermedi} = 0,06317\ m \cong 0,065\ m$$

$$d_{eix\ sortida} = 0,09243\ m \cong 0,095\ m$$

Cal tenir en consideració que en aquest càlcul només s'ha tingut en compte els esforços torsors en cada eix.

3.2. Selecció de mòdul i nombre de dents

Per poder fer la selecció del mòdul (relació entre la mesura del diàmetre primitiu i el nombre de dents) i del nombre de dents que tindran els engranatges cal realitzar un seguit de càlculs i plantejar un conjunt de condicions a seguir.

El primer càlcul a realitzar és el diàmetre mínim que han de tenir els pinyons. Per obtenir aquest diàmetre es segueix la següent fórmula:

$$d_{mín\ pinyó} = d_{eix} + 2 \cdot (h_2 + d_{seguretat} + 1,25 \cdot m)$$

On:

h_2 : profunditat del xaveter.

$d_{seguretat}$: distància de seguretat escollida com 2·m.

m: mòdul

La següent taula mostra les mesures del xaveter en funció del diàmetre de l'eix:

Chavetero para chavetas paralelas													
Dimensiones en mm.													
Diámetro del eje d		Sección de la chaveta b x h	Nominal	Ancho b, tolerancia						Profundidad			
				Clase de ajuste del enchavetado						Eje h ₁		Cubo h ₂	
				Libre		Normal		Ajustado		Nominal	Toler.	Nominal	Toler.
Más de	hasta			Eje h9	Cubo D10	Eje n9	Cubo JS9	Eje y Cubo p9/P9					
10	12	4x4	4						2,5			1,8	0,08
12	17	5x5	5	+0,030	+0,078	0	±0,015	-0,012	3	+0,1	0	2,3	0,16
17	22	6x6	6		+0,030	-0,030		-0,042	3,5			2,8	0,25
22	30	8x7	8	+0,036	+0,098	0	±0,018	-0,015	4			3,3	0,16
30	38	10x8	10		+0,040	-0,036		-0,051	5			3,3	0,25
38	44	12x8	12						5			3,3	0,40
44	50	14x9	14	+0,043	+0,120	0	±0,0215	-0,018	5,5			3,8	0,25
50	58	16x10	16		+0,050	-0,043		-0,061	6			4,3	0,40
58	65	18x11	18						7	+0,2	0	4,4	0,25
65	75	20x12	20						7,5			4,9	0,40
75	85	22x14	22	+0,052	+0,149	0	±0,026	-0,022	9			5,4	0,60
85	95	25x14	25		+0,065	-0,052		-0,074	9			5,4	0,40
95	110	28x16	28						10			6,4	0,60
110	130	32x18	32						11			7,4	0,40
130	150	36x20	36						12			8,4	0,70
150	170	40x22	40	+0,062	+0,180	0	±0,031	-0,026	13			9,4	1,00
170	200	45x25	45		+0,080	-0,062		-0,088	15			10,4	0,70
200	230	50x28	50						17			11,4	1,00
230	260	56x32	56						20			12,4	0,70
260	290	63x32	63	+0,074	+0,220	0	±0,037	-0,032	20	+0,3	0	12,4	1,20
290	330	70x36	70		+0,100	-0,074		-0,106	22			14,4	1,60
330	380	80x40	80						25			15,4	2,00
380	440	90x45	90	+0,087	+0,260	0	±0,0435	-0,037	28			17,4	2,50
440	500	100x50	100		+0,120	-0,087		-0,124	31			19,5	2,00

Il·lustració 4. Taula de mesures del xaveter

A partir de la il·lustració 4 es pot confeccionar una taula per cadascun dels eixos que mostri la mida de la xaveta i la profunditat del xaveter en funció del diàmetre de l'eix calculat a partir de la rigidesa torsional.

	Diàmetre de l'eix	Mida de la xaveta	Profunditat del xaveter
Eix entrada	45	14 x 9	3,8
Eix intermedi	65	18 x 11	4,4
Eix sortida	95	25 x 14	5,4

Il·lustració 5. Taula de mesures de xaveta i xaveter en mm

Seguidament es calcula el nombre de dents del pinyó a partir del diàmetre mínim del pinyó i del mòdul. Cal destacar que aquest valor ha de ser un nombre enter positiu, ja que no pot haver-hi un nombre real de dents.

$$z_{pinyó}^* = \frac{d_{mín pinyó}}{m}$$

$$z_{pinyó} = \text{enter posterior}(z_{pinyó}^*)$$

A continuació es realitza el càlcul del nombre de dents de la roda mitjançant el nombre de dents del pinyó i la relació de transmissió, obtenint també un valor enter en aquest càlcul.

$$z_{roda}^* = z_{pinyó} \cdot i$$

$$z_{roda} = \text{enter}(z_{roda}^*)$$

Una vegada s'obtenen el nombre de dents de la roda i el pinyó es pot realitzar el càlcul de la relació de transmissió real de cada etapa.

$$i_{real} = \frac{z_{roda}}{z_{pinyó}}$$

Per últim es calcula el diàmetre primitiu i la distància entre centre a partir de les següents fórmules:

$$d_{primiriu} = m \cdot z$$

$$d_{centres} = \frac{m_{etapa}}{2} \cdot (z_{pinyó} + z_{roda})$$

Tal com s'ha comentat, també existeixen un conjunt de requeriments o condicions que s'han de complir per poder trobar el valor òptim del mòdul:

- S'ha d'evitar la possible interferència entres les dents de la roda i les dents del pinyó. La il·lustració 6 mostra el nombre màxim de dents que pot tenir la roda en funció del nombre de dents del pinyó.

z_{pinyó}	z_{màx roda}
12	12
13	16
14	26
15	45
16	101
17	1309
18	∞

Il·lustració 6. Taula amb relació de dents entre pinyó i roda

- El nombre màxim de dents de la roda és de 150
- El nombre de dents de la roda i el pinyó no han de tenir divisors comuns per evitar problemes de desgast en les dents per culpa de l'error de fatiga.

D'aquesta manera es pot realitzar la selecció del mòdul confeccionant les següents taules per etapes a partir dels càlculs i els requeriments esmentats.

m	d _{mín pinyó}	z ₁ *	z ₁	z ₂ *	z ₂	i _{real}	d _{centres}	Observacions
0,5	55,85	111,7	112	513,3	513	4,58	1431,25	Z _{roda} > 150
1	59,1	59,1	60	274,98	275	4,583	767,65	Z _{roda} > 150
1,25	60,725	48,58	49	224,57	225	4,592	629,10	Z _{roda} > 150
1,5	62,35	41,57	42	192,49	192	4,571	534,81	Z _{roda} > 150
2	65,6	32,8	33	151,24	151	4,576	420,99	Z _{roda} > 150
2,5	68,85	27,54	28	128,32	128	4,571	356,54	Divisors comuns
3	72,1	24,03	25	114,58	115	4,6	322	Divisors comuns
4	78,6	19,65	20	91,66	92	4,6	257,6	Divisors comuns
5	85,1	17,02	18	82,49	82	4,556	227,8	Divisors comuns
6	91,6	15,27	16	73,33	73	4,563	203,05	Vàlid
8	104,6	13,08	14	64,16	64	4,571	178,27	Interferència
10	117,6	11,76	12	55	55	4,583	153,53	Interferència

Il·lustració 7. Taula de mòduls per a la primera etapa

m	d _{mín pinyó}	z ₃ *	z ₃	z ₄ *	z ₄	i _{real}	d _{centres}	Observacions
0,5	77,05	154,1	155	710,37	710	4,581	1981,28	Z _{roda} > 150
1	80,3	80,3	81	371,22	371	4,58	1035,08	Z _{roda} > 150
1,25	81,925	65,54	66	302,48	302	4,576	841,98	Z _{roda} > 150
1,5	83,55	55,7	56	256,65	257	4,589	718,18	Z _{roda} > 150
2	86,8	43,4	44	201,65	202	4,591	564,69	Z _{roda} > 150
2,5	90,05	36,02	37	169,57	170	4,595	475,58	Z _{roda} > 150
3	93,3	31,1	32	146,66	147	4,594	411,16	Vàlid
4	99,8	24,95	25	114,58	115	4,6	322	Divisors comuns
5	106,3	21,26	22	100,83	101	4,591	282,35	Vàlid
6	112,8	18,8	19	87,08	87	4,579	242,69	Vàlid
8	125,8	15,73	16	73,33	73	4,563	203,05	Vàlid
10	138,8	13,88	14	64,16	64	4,571	178,27	Interferència

Il·lustració 8. Taula de mòduls per a la segona etapa

Per fer la selecció del mòdul es pot observar que es tenen diferents possibles valors vàlids. Cal destacar que com més gran sigui el mòdul, major resistència, no obstant això, el cost de fabricació serà també major. A partir d'aquest criteri, s'ha decidit prioritzar el cost de fabricació, per tant s'han seleccionat els primers mòduls vàlids en ambdues etapes.

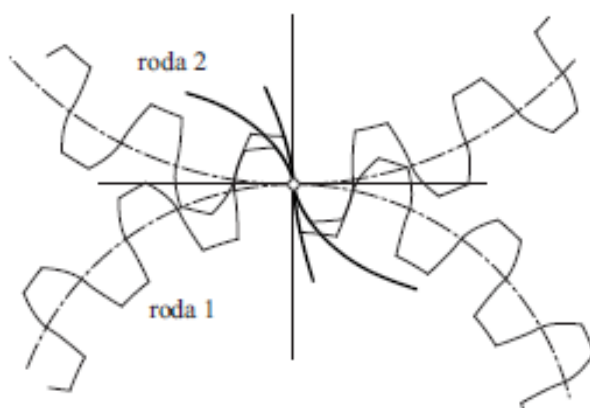
Els resultats finals obtinguts són els següents:

	Etapa 1	Etapa 2
Mòdul	6	3
$z_{\text{pinyó}}$	16	32
z_{roda}	73	147
$d_{\text{primitiu pinyó}}$	96 mm	96 mm
$d_{\text{primitiu roda}}$	438 mm	441 mm
i_{real}	4,563	4,594
d_{centres}	203,05	411,16

Il·lustració 9. Taula de resultats finals

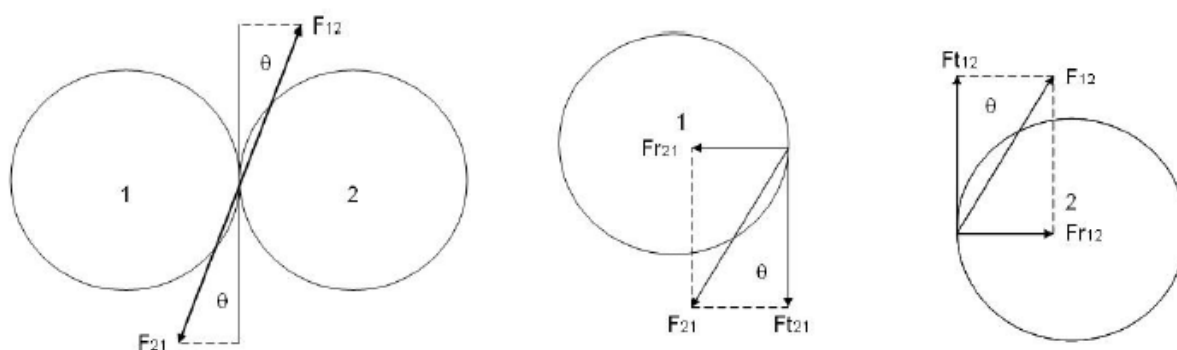
3.3. Càlcul de forces en l'engrenatge

El càlcul de les forces entre els engranatges es realitza en el punt de contacte entre pinyó i roda, en el cas dels engranatges rectes, aquest punt de contacte és en un punt situat sobre el diàmetre primitiu, tal com es pot observar en la il·lustració 10.



Il·lustració 10. Punt de contacte entre dues rodes engranades

Les forces que actuen es poden descompondre en dos vectors, un dels quals és col·lineal a la línia de pressió i l'altre és perpendicular. L'angle de pressió més comú amb el que es treballa és de 20° .



Il·lustració 11. Esquema de forces

Per realitzar el càlcul de forces primerament s'han de recalculer els valors reals dels parells torsors en cadascun dels eixos a partir de la relació de transmissió real de cada etapa.

	Parell torsor (Nm)
Eix entrada	120,59
Eix intermedi	550,24
Eix sortida	2527,82

Il·lustració 12. Taula amb valors reals dels parells torsors

A partir d'aquests valors i amb les següents fórmules s'obtenen el valor de dites forces.

$$F_{t \text{ etapa } 1} = \frac{T_{\text{entrada}}}{d_{\text{primitiu } 1}/2} = \frac{T_{\text{intermedi}}}{d_{\text{primitiu } 2}/2}$$

$$F_{t \text{ etapa } 2} = \frac{T_{\text{intermedi}}}{d_{\text{primitiu } 3}/2} = \frac{T_{\text{sortida}}}{d_{\text{primitiu } 4}/2}$$

$$F_r = F_t \cdot \tan(\theta)$$

	Etape 1	Etape 2
F_t (N)	2512,4	11463,68
F_r (N)	914,44	4172,44

Il·lustració 13. Taula de resultats de les forces

3.4. Selecció del material

Per a la construcció d'engranatges es fan servir materials que presentin una alta resistència i un bon comportament enfront de la fatiga, ja que han de suportar diferents tipus de càrregues, siguin estàtiques o dinàmiques. A més a més, es busca que el material per dur a terme la producció d'engranatges sigui fàcilment mecanitzable i presenti un coeficient de fricció baix. Amb aquestes consideracions existeixen diferents tipus de materials, entre els quals destaquen els següents:

- **Acers al carboni:** la producció d'engranatges amb acer al carboni garanteix una gran resistència mecànica i duresa. En funció del percentatge de carboni que continguin, presentaran una major o menor ductilitat i tenacitat, essent aquestes propietats mecàniques directament proporcionals al percentatge de carboni. Cal destacar que aquest tipus de material és fàcil de mecanitzar, soldable i amb un preu de mercat molt competitiu.
Dins d'aquests tipus d'acers es troben els acers aliats, els quals es consideren acers al carboni als quals se'ls hi ha afegit elements en percentatges suficientment grans per alterar i millorar les seves característiques, obtenint d'aquesta manera propietats mecàniques que no es poden obtenir amb els acers al carboni ordinaris.
- **Fosa grisa:** la utilització de la fosa grisa en la producció d'engranatges és molt comuna com a conseqüència de les bones propietats que presenta. Aquest tipus de material presenta una bona resistència al desgast, una bona maquinabilitat i un relatiu baix cost. A més, la fosa grisa presenta una ruptura fàcil, és a dir, no és dúctil, raó per la qual no

presenta grans deformacions plàstiques abans d'arribar a la tensió de ruptura. Tanmateix, presenta una baixa resistència a la tracció i la seva resistència a l'impacte és gairebé nul·la, característiques importants en el disseny d'engranatges.

- **Bronze:** el bronze és un dels materials més utilitzats per a la fabricació i producció en general degut a les grans propietats físiques i mecàniques que presenta. En general presenta millors propietats que la majoria d'aliatges del ferro, exceptuant l'acer. Malgrat això, aquestes grans característiques presenten la negativa del cost, ja que presenta un preu de mercat bastant superior a la resta de possibles materials a utilitzar en la producció d'engranatges.
- **Plàstics:** els plàstics han esdevingut un tipus de material molt utilitzat en les últimes dècades a causa de les propietats mecàniques que presenta amb un preu tan reduït. Així doncs, els plàstics són un tipus de material molt fàcil d'utilitzar i modelar, amb una baixa densitat, aïllants, impermeables... No obstant això, si es realitza la comparativa de resistència, sigui a tracció, compressió o al desgast, surten perdent davant la resta de materials comentats amb anterioritat. Per aquesta raó, la seva presència en la producció d'engranatges amb alta necessitat de càrrega és molt escassa, sinó nul·la.

Finalment s'ha optat per fer servir un tipus d'acer al carboni, un acer aliat, temperat i revingut: 20MnCr₅, el qual és un acer molt utilitzat en la producció de reductor de velocitats mitjançant engranatges. S'ha decidit fer servir el mateix tipus de material en ambdues etapes, per tal de minimitzar costos.

Les propietats d'aquest material són les següents:

Duresa Brinell	HB 250
Límit de fallada a flexió	$S_{FL} = 293,3 \text{ N/mm}^2$
Límit de fallada superficial	$S_{HL} = 701,3 \text{ N/mm}^2$
Límit de resistència a ruptura	$S_U = 980 \text{ N/mm}^2$
Límit de resistència a fluència	$S_Y = 735 \text{ N/mm}^2$

Il·lustració 14. Taula de propietats del 20MnCr₅

Aquestes característiques s'han obtingut a partir de les dades que es mostren en la il·lustració 15.

MATERIAL (tabla iso 6336-5)	Denominación	S _u (N/mm ²) min - max	S _y (N/mm ²) min - max	Dureza superficial
Fundiciones grises (GG) UNE EN 1561:2012	GJL-200 GJL-250 GJL-350	200 - 300 250 - 350 350 - 450	- - -	HB (150-230) HB (170-250) HB (210-275) HB 150-275
Fundiciones maleables de corazón negro (GTS) UNE EN 1562:2012	GJMB-500-5 GJMB-550-4 GJMB-600-3 GJMB-650-2	500 - 550 - 600 - 650 -	300 - 340 - 390 - 430 -	HB (165-215) HB (180-230) HB (195-245) HB (210-260) HB 135-250
Fundiciones con grafito esferoidal (nodular o dúctil) (GGG) UNE-EN1563:2012	GJS-400-15 GJS-600-3 GJS-800-2	400 - 600 - 800 -	250 - 380 - 480 -	HB (150-180) HB (210-250) HB (260-300) HB 175-300
Acero moldeado no aleado (St cast) UNE-EN10293:2006	GE240 GE300	450 - 600 520 - 670	240 - 300 -	HB 140 - HV 152 HB 175 - HV 200 HB 140-210
Acero no aleado forjado (St)	C25 C35 C45	400 580 680	280 380 430	HB 140 - HV 141 HB 180 - HV 182 HB 207 - HV 210 HB 110-210
Acero no aleado forjado, templado y revenido (V) UNE- EN10083-2:2008	C25 C35	570 600 - 750	430 430 - 520	HB 168 - HV 170 HB 212 - HV 216 HV 135-210 HV 115-215
Aceros aleados templados y revenidos (V) UNE-EN10083-3:2008	20NiCrMoS2-2 20MnCr5 34CrMo4 42CrMo4 34NiCrMo16	850 980 1000 - 1200 1100 - 1300 1230 - 1420	580 735 800 950 1030	HB 255 - HV 267 HB 302 - HV 317 HB 310 - HV 326 HB 321 - HV 337 HB 352 - HV 368 HV 200 - 390
Acero moldeado no aleado templado (V cast)				HV 130-215
Acero moldeado aleado templado (V cast)	G35CrMo4 G42CrMo4	750-980 800-1025	650 700	HB 290 - HV 305 HB 305 - HV 320 HV 200-360
Acero forjado de cementación. (Eh) UNE- EN10084:2010	20MnCr5 20NiCrMoS2-2 F1522 15 NiCr13 (F-1540) 14NiCrMo13 F 1560	980 850 950 1300	735 600 750 1100	HV 720 HV 600 HV 700 HV 740 HV 600-800
Acero forjado o moldeado, endurecido superficialmente a la llama o por inducción (IF)	C45 37Cr4 F-1201 42CrMo4	1034 1150 1300	786 1200	HB 525 - HV 560 HV 550 - 610 HB 515 - HV 615 HV 485-615
Acero forjado de nitruración(NT), acero templado de nitruración(NV), acero de nitruración (NT)UNE- EN10085:2001	42CrMo4 24CrMo13-6 F 1711 31CrMoV9 F 1721 41 CrAlMo7-10 F 1741 34CrAlNi7-10	1450 1100 1000 950 - 1150 900-1100	 900 800 750 680	 HV 700 HV 700 HV 850 - 950 HV 850 - 950 NT HV 650-900 NV HV 450-650
Acero forjado de nitrocarburoización (NV)				HV 300-650

Il·lustració 15. Taula de característiques en funció del material

3.5. Determinació de l'amplada dels engranatges

L'estudi del càlcul de l'amplada dels engranatges es basa en la fallada per flexió i en la fallada superficial. D'aquesta manera s'obtenen dos coeficients de seguretat, un per fallada a flexió i l'altre per fallada superficial, essent aquest darrer més petit que el primer, ja que la fallada per flexió és més perillosa a causa del trencament de la dent. Seguint aquest criteri es realitza un estudi d'amplada per fallada a flexió i un estudi d'amplada per fallada superficial, obtenint dues amplades de dents per cadascuna de les etapes.

$$X \geq X_F \geq X_H \geq 1,5$$

$$b \geq b_H \geq b_F$$

Per trobar aquestes amplades s'utilitzarà un criteri diferent en cada cas. En l'estudi de la fallada a flexió s'utilitzarà el model corregit de Lewis, que es basa en el càlcul de la tensió normal mitjançant una càrrega aplicada a l'extrem de la dent i un conjunt de factors correctors que permetran calcular l'amplada mínima per flexió. En canvi, per l'estudi de la fallada superficial s'estudiarà el contacte entre les dents dels engranatges per obtenir l'amplada mínima per fallada superficial.

3.5.1. Determinació de l'amplada en l'etapa 1

3.5.1.1. Càlcul de l'amplada per flexió en l'etapa 1

El coeficient de seguretat per fallada flexió es pot expressar de la següent manera:

$$X_F = \frac{S_{FP}}{\sigma_F}$$

On:

$$S_{FP} = S_{FL} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{\delta rT} \cdot Y_X$$

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b \cdot m} \cdot Y_{FA} \cdot Y_\epsilon \cdot Y_{SA} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}$$

3.5.1.1.1. Càlcul dels paràmetres

Y_{FA} : Factor de forma per a la càrrega aplicada en l'extrem

$$Y_{FA} = 3,02709 \cdot 10^{-9} \cdot z_1^4 - 2,27098 \cdot 10^{-6} \cdot z_1^3 + 5,32734 \cdot 10^{-4} \cdot z_1^2 - 0,04735 \cdot z_1 + 3,63291$$

$$z_1 = 16 \text{ dents}$$

$$Y_{FA} = 3,003$$

Y_ϵ : Factor de conducció

$$Y_\epsilon = 0,25 + \frac{0,75}{\epsilon_\alpha}$$

$$\epsilon_\alpha = \frac{1}{\pi \cdot \cos(\alpha)} \cdot \left(\sqrt{\frac{z_1^2}{4} \cdot \sin^2(\alpha) + y_1^2 + z_1 \cdot y_1} + \sqrt{\frac{z_2^2}{4} \cdot \sin^2(\alpha) + y_2^2 + z_2 \cdot y_2} - \left(\frac{z_1 + z_2}{2} \right) \cdot \sin(\alpha) \right)$$

$$z_1 = 16 \text{ dents}$$

$$z_2 = 73 \text{ dents}$$

$$y_1 = y_2 = 1 \text{ (per a dents rectes)}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

$$\varepsilon_\alpha = 1,656$$

$$Y_\varepsilon = 0,703$$

Y_{SA}: Factor de concentració de tensions a la base de la dent

$$Y_{SA} = 2,58282 \cdot 10^{-7} \cdot z_1^3 - 9,97662 \cdot 10^{-5} \cdot z_1^2 + 0,01319 \cdot z_1 + 1,43766$$

$$z_1 = 16 \text{ dents}$$

$$Y_{SA} = 1,624$$

K_A: Factor d'aplicació

El factor d'aplicació té en consideració la naturalesa dels parells d'entrada i les sol·licitacions exteriors a les quals està sotmesa la transmissió. D'aquesta manera, ajusta la càrrega nominal en funció de les característiques bàsiques de la màquina conductora i la màquina conduïda. Les següents taules mostren els possibles valors del factor d'aplicació en funció de la forma de treball en què es desenvolupen ambdues màquines.

Working characteristic of driving machine	Working characteristic of driven machine			
	Uniform	Light shocks	Moderate shocks	Heavy shocks
Uniform	1,00	1,25	1,50	1,75
Light shocks	1,10	1,35	1,60	1,85
Moderate shocks	1,25	1,50	1,75	2,00
Heavy shocks	1,50	1,75	2,00	≥ 2,25

Il·lustració 16. Taula dels possibles valors del factor K_A

Working characteristic	Driving machine
Uniform	Electric motor (e.g. d.c. motor), steam or gas turbine with uniform operation ^a and small rarely occurring starting torques ^b .
Light shocks	Steam turbine, gas turbine, hydraulic or electric motor (large, frequently occurring starting torques ^b).
Moderate shocks	Multiple cylinder internal combustion engines.
Heavy shocks	Single cylinder internal combustion engines.

^a Based on vibration tests or on experience gained from similar installations.

^b See service life graphs, Z_{NT} , Y_{NT} , for the material in [ISO 6336-2](#) and [ISO 6336-3](#). Consideration of momentarily acting overload torques, see examples following Table B.1.

Il·lustració 17. Característiques de la màquina conductora

Working characteristic	Driven machines
Uniform	Steady load current generator; uniformly loaded conveyor belt or platform conveyor; worm conveyor; light lifts; packing machinery; feed drives for machine tools; ventilators; light-weight centrifuges; centrifugal pumps; agitators and mixers for light liquids or uniform density materials; shears; presses, stamping machines ^a ; vertical gear, running gear ^b .
Light shocks	Non-uniformly (i.e. with piece or batched components) loaded conveyor belts or platform conveyors; machine-tool main drives; heavy lifts; crane slewing gear; industrial and mine ventilators; heavy centrifuges; centrifugal pumps; agitators and mixers for viscous liquids or substances of non-uniform density; multi-cylinder piston pumps; distribution pumps; extruders (general); calendars; rotating kilns; rolling mill stands ^c , (continuous zinc and aluminium strip mills, wire and bar mills).
Moderate shocks	Rubber extruders; continuously operating mixers for rubber and plastics; ball mills (light); wood-working machines (gang saws, lathes); billet rolling mills ^{c, d} ; lifting gear; single cylinder piston pumps.
Heavy shocks	Excavators (bucket wheel drives); bucket chain drives; sieve drives; power shovels; ball mills (heavy); rubber kneaders; crushers (stone, ore); foundry machines; heavy distribution pumps; rotary drills; brick presses; de-barking mills; peeling machines; cold strip ^{c, e} ; briquette presses; breaker mills.
^a Nominal torque = maximum cutting, pressing or stamping torque. ^b Nominal torque = maximum starting torque. ^c Nominal torque = maximum rolling torque. ^d Torque from current limitation. ^e K_A up to 2,0 because of frequent strip cracking.	

Il·lustració 18. Característiques de la màquina conduïda

A partir d'aquestes taules es pot concloure que tant la màquina conductora com la conduïda treballen de manera uniforme, ja que es tracta d'un elevador de càrrega que treballa amb un motor elèctric. Per tant tenim que el valor del factor d'aplicació és el següent:

$$K_A = 1$$

K_V: Factor dinàmic

El factor dinàmic té en compte els increments de càrrega deguts a efectes dinàmics interns i a les seves càrregues, és a dir, les possibles vibracions del pinyó i la roda. Aquest coeficient es veu afectat per diferents factors que fan que l'engrenatge no sigui perfecte, com poden ser la càrrega transmesa per l'engrenatge, els errors de fabricació en el dentat del pinyó i la roda de l'engrenatge ...

El càlcul d'aquest factor depèn de la qualitat ISO de fabricació dels engranatges. Així doncs a major qualitat ISO millora el producte final de fabricació, però també augmenta el preu del producte. Per aquesta raó s'ha escollit realitzar un mecanitzat mitjà i seleccionar una qualitat ISO6.

$$K_V = 1 + B \cdot \frac{u \cdot z_1}{100}$$

$$B = 0,06$$

$$u = 4,25 \text{ m/s}$$

$$z_1 = 16 \text{ dents}$$

$$K_V = 1,041$$

Q _{ISO}	10	9	8	7	6	5	4	3
B	0.25	0.18	0.13	0.09	0.06	0.04	0.03	0.02
----- Mecanizado basto -----								
Mecanizado medio								
Mecanizado preciso								
----- Rectificado -----								
--- Velocidad alta ---								
----- Automóviles -----								
----- Camiones -----								
----- Mecánica general -----								
--- Mecánica de baja precisión ---								

Il·lustració 19. Valors de la constant B en funció de la qualitat ISO

K_{Fβ}: Factor de distribució de càrrega longitudinal

$$K_{F\beta} = F_1 + F_2 \cdot b + F_3 \cdot \left(\frac{b}{d_{\text{primitiu pinyó 1}}} \right)^2$$

La següent il·lustració mostra els valors dels coeficients per al càlcul de factor de distribució de càrrega longitudinal en funció de la qualitat de fabricació ISO.

Q _{ISO}	Tipo Ajuste	H ₁	H ₂	H ₃	F ₁	F ₂	F ₃
5	a	1.14870	2.17866 · 10 ⁻⁴	0.17737	1.12665	1.96054 · 10 ⁻⁴	0.15407
5	b, c	1.11024	4.84048 · 10 ⁻⁵	0.17350	1.09429	5.38323 · 10 ⁻⁵	0.15221
6	a	1.14439	3.10712 · 10 ⁻⁴	0.18211	1.13507	2.53573 · 10 ⁻⁴	0.15415
6	b, c	1.10851	1.57148 · 10 ⁻⁴	0.18092	1.09895	1.35713 · 10 ⁻⁴	0.15526
7	a	1.17115	4.67862 · 10 ⁻⁴	0.18114	1.14779	4.00005 · 10 ⁻⁴	0.15570
7	b, c	1.11765	2.21430 · 10 ⁻⁴	0.18277	1.11330	1.75004 · 10 ⁻⁴	0.15651
8	a	1.22585	6.21433 · 10 ⁻⁴	0.18219	1.20567	5.21432 · 10 ⁻⁴	0.15273
8	b, c	1.14813	3.17861 · 10 ⁻⁴	0.18064	1.13592	2.71432 · 10 ⁻⁴	0.15240

Il·lustració 20. Taula dels coeficients per al càlcul de K_{Fβ} i K_{Hβ}

$$K_{F\beta} = 1,13507 + 2,53573 \cdot 10^{-4} \cdot b + 0,15415 \cdot \left(\frac{b}{96} \right)^2$$

K_{Fα}: Factor de distribució de càrrega transversal

Per a engranatges de dents rectes amb una qualitat ISO7 o millor, el factor de distribució de càrrega transversal val 1. En aquest cas s'està treballant amb una qualitat ISO6.

$$K_{F\alpha} = 1$$

Y_{ST}: Factor de concentració de tensions de l'engrenatge de referència

$$Y_{ST} = 2,1$$

Y_{NT} : Factor de duració per flexió

Aquest factor fa referència a la possibilitat de sotmetre la dent a tensions superiors quan es treballa amb un nombre de cicles de treball reduït. Com el disseny està pensat per tenir una vida útil infinita, aquest coeficient val 1.

$$Y_{NT} = 1$$

 $Y_{\delta rT}$: Factor de sensibilitat relativa al tallament de la dent

$$Y_{\delta rT} = 0,4559 + 0,2941 \cdot Y_{SA}$$

$$Y_{SA} = 1,624$$

$$Y_{\delta rT} = 0,934$$

 Y_X : Factor de mida

Per a engranatges amb mòdul inferior o igual a 5 el factor de mida val 1, en canvi per a engranatges amb mòdul superior a 5 el factor de mida val 1,15.

$$Y_X = 1,15$$

3.5.1.1.2. Càlcul de l'amplada

A partir dels factors correctors definits amb anterioritat i aïllant el valor de l'amplada de l'equació definida al principi de l'apartat es pot trobar el valor mínim de l'amplada de la dent per fallada per flexió en l'etapa 1.

$$b = \frac{X_F \cdot F_t \cdot Y_{FA} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_{SA} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}}{m \cdot S_{FL} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{\delta rT} \cdot Y_X}$$

$$b = \frac{13450,1601 \cdot \left(1,13507 + 2,53573 \cdot 10^{-4} \cdot b + 0,15415 \cdot \left(\frac{b}{96} \right)^2 \right)}{396,9425}$$

$$b_{F \text{ mín}} = 39,70 \text{ mm}$$

3.5.1.2. Càlcul de l'amplada per fallada superficial en l'etapa 1

El coeficient de seguretat per fallada superficial es pot expressar de la següent manera:

$$X_F = \left(\frac{S_{HP}}{\sigma_H} \right)^2$$

On:

$$S_{HP} = S_{HL} \cdot Z_N \cdot Z_L \cdot Z_R \cdot Z_V \cdot Z_W$$

$$\sigma_H = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \cdot \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d_{\text{primitiu pinyó}}} \cdot \frac{1+i}{i}} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}}$$

3.5.1.2.1. Càlcul dels paràmetres

Z_N: Factor de duració

Aquest factor modifica el límit del material quan la duració d'aquest material ha de ser reduïda. Tal com ja s'ha comentat, com es realitza un disseny pensat per tenir una vida útil infinita, aquest paràmetre val 1

$$Z_N = 1$$

Z_L: Factor de viscositat

Per a valors de S_{HL} més petits de 850 N/mm² es poden fer servir les següents equacions agafant S_{HL}=850 N/mm² per realitzar els càlculs.

$$Z_L = C_{ZL} + \frac{4 \cdot (1 - C_{ZL})}{\left(1,2 + \frac{134}{v_{40}}\right)^2}$$

$$C_{ZL} = 0,08 \cdot \frac{S_{HL} - 85}{35} + 0,83 = 0,83$$

La següent taula mostra els valors de la viscositat cinemàtica en funció del tipus de lubricant seleccionat. En aquest projecte es farà servir el lubricant VG320, que presenta una viscositat cinemàtica de 320 cSt.

ISO viscosity class (grade)		VG 32 ^a	VG 46 ^a	VG 68 ^a	VG 100	VG 150	VG 220	VG 320
Nominal viscosity, mm ² /s	ν ₄₀	32	46	68	100	150	220	320
	ν ₅₀	21	30	43	61	89	125	180
Viscosity parameter	ν _t	0,040	0,067	0,107	0,158	0,227	0,295	0,370
^a Only for high speed transmission.								

Il·lustració 21. Taula amb diferents tipus de lubricant

$$Z_L = 1,09$$

Z_R: Factor de rugositat

$$Z_R = \left(\frac{3}{R_{z10}}\right)^{C_{ZR}}$$

$$R_{z10} = \frac{R_{z1} + R_{z2}}{2} \cdot \sqrt{\frac{100}{d_{centres\ 1}}}$$

El valor de C_{ZR} depèn del valor de S_{HL}:

- Si S_{HL} ≤ 850 N/mm², C_{ZR} = 0,15.
- Si S_{HL} ≥ 1200 N/mm², C_{ZR} = 0,08.
- Si 850 N/mm² < S_{HL} < 1200 N/mm², C_{ZR} = 0,32 – 0,0002 · S_{HL}.

Per tant, es té que:

$$C_{ZR} = 0,15$$

Els valors dels paràmetres R_{z1} i R_{z2} són funció de la qualitat ISO de fabricació, en aquest cas 6.

Q_{ISO}	10	9	8	7	6	5	4	3
R_{tm}	20	11	6.5	4	2.4	1.4	0.8	0.5

Il·lustració 22. Valors del paràmetre R_{tm} en funció de la qualitat ISO

$$R_{z1} = R_{z2} = 2,4 \mu m$$

$$d_{centres\ 1} = 203,05\ mm$$

$$R_{z10} = 1,684$$

$$Z_R = 1,09$$

Z_v: Factor de velocitat

Per a valors de S_{HL} més petits de $850\ N/mm^2$ es poden fer servir les següents equacions agafant $S_{HL}=850\ N/mm^2$ per realitzar els càlculs.

$$Z_V = C_{ZV} + \frac{2 \cdot (1 - C_{ZV})}{\left(0,8 + \frac{32}{u}\right)^2}$$

$$C_{ZL} = 0,08 \cdot \frac{S_{HL} - 85}{35} + 0,85 = 0,85$$

$$u = 4,25\ m/s$$

$$Z_V = 0,854$$

Z_w: Factor d'enduriment

$$Z_W = 1,2 - \frac{HB - 130}{1700}$$

$$HB = 250HB$$

$$Z_W = 1,129$$

Z_H: Factor de zona

Aquest factor té en compte les curvatures de flanc i transforma les càrregues tangencials en el cercle de referència en una única càrrega tangencial en el cercle primitiu.

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos(\beta_b)}{\cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha)}}$$

$$\beta_b = 0^\circ \text{ (per a dents rectes)}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

$$Z_H = 2,5$$

Z_E: Factor d'estabilitat del material

Aquest factor té en compte les propietats del material. En els casos en què el pinyó i la roda són del mateix material es pot calcular a partir de la següent fórmula.

$$Z_E = \sqrt{\frac{E}{2 \cdot \pi \cdot (1 - \nu^2)}}$$

$$E = 210000 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0,27$$

$$Z_E = 189,87$$

Z_ε: Factor de grau de recobriment

Aquest paràmetre té en compte l'efecte de la distància efectiva de contacte de cada una de les dents i la càrrega de contacte de cada dent.

$$Z_\epsilon = \sqrt{\frac{4 - \epsilon_\alpha}{3}}$$

$$\epsilon_\alpha = 1,656$$

$$Z_\epsilon = 0,884$$

K_A: Factor d'aplicació

El factor d'aplicació no varia.

$$K_A = 1$$

K_V: Factor dinàmic

El factor dinàmic tampoc varia.

$$K_V = 1,041$$

K_{Hβ}: Factor de distribució de càrrega longitudinal

$$K_{H\beta} = H_1 + H_2 \cdot b + H_3 \cdot \left(\frac{b}{d_{\text{primitiu pinyó 1}}} \right)^2$$

La il·lustració 20 mostra els valors dels coeficients per al càlcul de factor de distribució de càrrega longitudinal en funció de la qualitat de fabricació ISO.

$$K_{H\beta} = 1,14439 + 3,10712 \cdot 10^{-4} \cdot b + 0,18211 \cdot \left(\frac{b}{96} \right)^2$$

K_{Hα}: Factor de distribució de càrrega transversal

Per a engranatges de dents rectes amb una qualitat ISO7 o millor, el factor de distribució de càrrega transversal val 1. En aquest cas s'està treballant amb una qualitat ISO6.

$$K_{H\alpha} = 1$$

3.5.1.2.2. Càlcul de l'amplada

A partir dels factors correctors definits amb anterioritat i aïllant el valor de l'amplada de l'equació definida al principi de l'apartat es pot trobar el valor mínim de l'amplada de la dent per fallada superficial per l'etapa 1.

$$b = \frac{X_F \cdot (Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon)^2 \cdot F_t \cdot \frac{1+i}{i} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}}{d_{\text{primitiu pinyó}} \cdot (S_{HL} \cdot Z_N \cdot Z_L \cdot Z_R \cdot Z_V \cdot Z_W)^2}$$
$$b = \frac{842144492 \cdot \left(1,14439 + 3,10712 \cdot 10^{-4} \cdot b + 0,18211 \cdot \left(\frac{b}{96}\right)^2\right)}{61956735,7}$$
$$b_{H \min} = 58,53 \text{ mm}$$

3.5.1.3. Valor final de l'amplada en l'etapa 1

Un cop realitzat l'estudi ambdós criteris de fallada s'obtenen els següents valors d'amplada de l'engranatge.

$$b_{F \min} = 39,70 \text{ mm}$$

$$b_{H \min} = 58,53 \text{ mm}$$

Tal com s'ha comentat el valor de l'amplada mínima per fallada superficial és major que el valor de l'amplada mínima per fallada per flexió, ja que aquest segon error és més perillós pel possible trencament de la dent. A partir d'aquests valors cal seleccionar un valor d'amplada superior per garantir el correcte funcionament de l'engranatge i evitar tant la fallada per flexió com la fallada superficial. El valor seleccionat també ha d'estar normalitzat per facilitar el procés de fabricació i reduir costos. D'aquesta manera, el valor final seleccionat de l'amplada de la dent en l'etapa 1 és el següent:

$$b_1 = 60 \text{ mm}$$

3.5.2. Determinació de l'amplada en l'etapa 2

Per determinar el valor de l'amplada de l'engranatge en l'etapa 2 es realitzaran els mateixos càlculs i fórmules que en l'etapa 1, variant únicament els valors propis de cada etapa com poden ser el mòdul, la relació de transmissió, la força tangencial, la distància entre centres, el nombre de dents de roda i pinyó... Tanmateix, hi ha molts valors que romandran constant perquè el material és el mateix i les condicions de càrrega i de treball no varien, valors com el mòdul de Young, el coeficient de Poisson, el límit de fallada a flexió, el límit de fallada superficial, el valor de la duresa... Això farà que molts dels paràmetres definits i explicats durant el càlcul de l'amplada de la dent a l'etapa 1 presentin el mateix valor.

Com els càlculs i els diferents factors correctors són els mateixos, no es repetirà tot el procés matemàtic, sinó que directament es presentaran els valors dels paràmetres necessaris i els valors finals de l'amplada mínima tant per fallada per flexió com per fallada superficial. Tots aquests valors es presenten en les següents taules.

Paràmetre	Valor	Unitats
F_t	11463,68	N
z_3	32	dents
z_4	147	dents
$d_{\text{primitiu pinyó}}$	96	mm
$d_{\text{primitiu roda}}$	441	mm
i_{real}	4,594	-
m	3	-
d_{centres}	411,16	mm
HB	250	HB
S_{FL}	293,3	N/mm ²
X_f	1,5	-
Y_{FA}	2,591988	-
ϵ_α	1,7786	-
Y_ϵ	0,67168	-
Y_{SA}	1,766	-
K_A	1	-
K_V	1,0816	-
$K_{F\beta}$	-	-
$K_{F\alpha}$	1	-
Y_{ST}	2,1	-
Y_{NT}	1	-
$Y_{\delta rT}$	0,97528	-
Y_X	1	-
$b_{F \text{ min}}$	37,04	mm

Il·lustració 23. Taula de valors de paràmetres i resultat final per criteri de fallada per flexió

Paràmetre	Valor	Unitats
F_t	11463,68	N
z_3	32	dents
z_4	147	dents
$d_{\text{primitiu pinyó}}$	96	mm
$d_{\text{primitiu roda}}$	441	mm
i_{real}	4,594	-
m	3	-
d_{centres}	411,16	-
HB	250	HB
S_{HL}	701,2	N/mm ²
X_f	1,5	-
Z_N	1	-
Z_L	1,09	-
Z_R	1,1497	-
Z_V	0,854	-
Z_W	1,129	-
Z_H	2,5	-
Z_E	189,87	-
ϵ_α	1,7786	-
Z_ϵ	0,8605	-
K_A	1	-
K_V	1,0816	-
$K_{H\beta}$	-	-
$K_{H\alpha}$	1	-
$b_{H \min}$	69,07	mm

Il·lustració 24. Taula de valors de paràmetres i resultat final per criteri de fallada superficial

Un cop realitzat l'estudi ambdós criteris de fallada s'obtenen els següents valors d'amplada de l'engrenatge.

$$b_{F \min} = 37,04 \text{ mm}$$

$$b_{H \min} = 69,07 \text{ mm}$$

En aquesta segona etapa els resultats tornen a ser coherents, ja que el valor de l'amplada mínima pel criteri de fallada superficial és major al valor de l'amplada mínima pel criteri de fallada per flexió. Igual que en l'etapa 1, el valor final seleccionat ha de ser superior als valors mínim definits i ha d'estar normalitzat per facilitar el procés de fabricació i reduir costos. D'aquesta manera, el valor final seleccionat de l'amplada de la dent en l'etapa 2 és el següent:

$$b_1 = 70 \text{ mm}$$